



ISTITUTO DI CLINICA OCULISTICA DELL'UNIVERSITÀ DI PERUGIA

Prof. G. LO CASCIO

*Direttore incaricato*

# Studi sulla cosiddetta accomodazione intracapsulare

## 1<sup>a</sup> NOTA

Metodi per la determinazione dell'indice totale di rifrazione  
del cristallino umano



ROMA

TIPOGRAFIA DITTA LUDOVICO CECCHINI  
Via del Lavatore, 88

1925



ISTITUTO DI CLINICA OCULISTICA DELL'UNIVERSITÀ DI PERUGIA

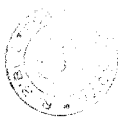
Prof. G. LO CASCIO

*Direttore incaricato*

## Studi sulla cosiddetta accomodazione intracapsulare

### 1<sup>a</sup> NOTA

Metodi per la determinazione dell'indice totale di rifrazione  
del cristallino umano



ROMA

TIPOGRAFIA DITTA LUDOVICO CECCHINI

Via del Lavatore, 83

1925

Prof. G. LO CASCIO, Direttore incaricato

## STUDI SULLA COSIDETTA ACCOMODAZIONE INTRACAPSULARE.

### 1<sup>a</sup> Nota

#### METODI PER LA DETERMINAZIONE DELL'INDICE TOTALE DI RIFRAZIONE DEL CRISTALLINO UMANO.

Se la conoscenza degli indici parziali di rifrazione dei mezzi diottrici dell'occhio alla temperatura normale del corpo è ormai completa mercè le magistrali ricerche di *Speciale-Cirincione*, non altrettanto può dirsi per l'indice totale di rifrazione del cristallino.

D'altro canto le classiche ricerche matematiche di Gullstrand sulla rifrazione attraverso mezzi eterogenei, e la conseguente necessità di ammettere nel cristallino umano un'accomodazione intracapsulare, hanno aperto il campo a nuove ricerche sulla diottrica del cristallino.

Mi sono proposto pertanto di determinare l'indice di rifrazione totale del cristallino umano alla temperatura fisiologica del corpo, e soprattutto di ricercare se l'indice totale di rifrazione subisce delle variazioni negli stati di riposo e di accomodazione.

La difficoltà principale che si riscontra in questo genere di studi è la ricerca dei metodi da seguire, poichè, mentre da un canto è indispensabile che i metodi siano di una precisione matematica, d'altro canto è necessario mettersi nelle condizioni più prossime alle fisiologiche, e limitare quanto più è possibile le manualità di tecnica, che possono determinare delle modificazioni dello stato fisico-chimico del cristallino.

Prima di esporre i metodi che mi sono sembrati migliori per queste ricerche, credo sia opportuno fare una disamina delle ricerche finora note sull'indice di rifrazione del cristallino, e mi limiterò a ciò che concerne l'indice di rifrazione totale, rimandando chi avesse interesse di studiare la rifrazione topografica del cristallino al lavoro di *Speciale*, il quale ha il grande merito di avere per il primo studiato l'indice di rifrazione dei mezzi diottrici dell'occhio a temperatura fisiologica e con materiale freschissimo.

La prima determinazione dell'indice totale del cristallino si deve a *Thomas Young*, il quale con un artificio semplice si sottopose alla misurazione dell'asse ottico del suo occhio.

Egli operò nel modo seguente: Ruotava un occhio fortemente all'interno; con una branca di un compasso speciale esercitava una modica pressione sulla sclerotica in prossimità dell'angolo esterno, finchè il fosfenio prodotto dalla pressione coincideva colla direzione dell'asse visivo; applicava allora l'altra branca del compasso sulla cornea, e dalla distanza così misurata sottraeva  $\frac{3}{4}$  di millimetro per lo spessore della parete del globo.

Trovò così che la distanza fra la superficie esterna della cornea e la retina era nel suo occhio 23,11 mm.

Per determinare la lunghezza focale del cristallino, e quindi l'indice di rifrazione, occorre conoscere la profondità della camera anteriore.

La sagitta corneale è circa 2,79 mm., ed essendo il polo anteriore del cristallino poco distante dalla corda dell'arco corneale, la profondità della camera anteriore deve essere poco maggiore della sagitta. *Young* ammise per essa il valore 3.04 mm. Per lo spessore del cristallino adottò una cifra media fornitagli da *Petit*, 4,57 mm.; per il raggio di curvatura della superficie anteriore 7,62 mm., per quello della superficie posteriore 5,64 mm. Ne seguiva che il centro ottico del cristallino si trovava 2,63 mm. dietro la superficie anteriore e 5,59 mm. dietro la cornea.

Per il calcolo della lunghezza focale *Young* così si esprime: « Supponendo l'oggetto situato a 254 mm., il punto coniugato della cornea si troverà a 29,20 millimetri dietro il centro ottico del cristallino; ma il punto coniugato vero si trova sulla retina alla distanza di 23,11 — 5,59 mm. = 17,52 mm. dietro il detto centro; dunque la distanza focale del cristallino è 43,93 mm. ed il suo indice di rifrazione  $\frac{14}{13} = 1.0769$ , e in rapporto all'aria 1,4359.

E' questa la sola determinazione sul vivente dell'indice lenticolare, ed è stata fatta al principio del secolo scorso, quando ancora la diottrica dell'occhio era appena sulla via di quello sviluppo meraviglioso che ha raggiunto oggi per opera di insigni fisici e soprattutto di *Helmholtz*.

*Young*, oltre che sperimentalmente, ricavò col calcolo l'indice totale del cristallino, ottenendo dei dati che bene si accordano con quelli sperimentali = 1,0768. Per calcolare l'indice *Young* immagina il cristallino di forma sferica a raggio  $R$ , con la parte centrale a raggio  $r_a$  ed indice  $N_0$ , ed immagina che nella parte esterna l'indice diminuisca verso la superficie in ragione inversa della potenza della distanza dal centro. Per un punto qualsiasi del cristallino situato ad una distanza dal centro eguale ad  $r$ , l'indice di rifrazione sarebbe dato dall'espressione:

$$N = N_0 \left( \frac{r_a}{r} \right)^k$$

e per la superficie:

$$N_i = N_0 \left( \frac{r_a}{R} \right)^k$$

*Young* calcolava infine l'indice totale per mezzo della formula:

$$N = N_0 \frac{1 - K}{\frac{N_0}{N_i} - K} \sqrt{\frac{N_0}{N_i}}$$

Se *Young* avesse conosciuto in modo esatto la curvatura delle superfici rifrangenti del cristallino, lo spessore di esso, e la profondità della camera anteriore nel suo occhio, il metodo da lui adottato sarebbe il più esatto. Ma al tempo nel quale *Young* eseguiva queste ricerche l'ottalmofacommetria era ancora del tutto sconosciuta, e l'ottalmometria era ancora ai primordi.

Queste considerazioni dovettero spingere *Helmholtz* a ricercare un metodo sperimentale per studiare la rifrangenza del cristallino fuori dell'occhio. *Helm-*

*holtz* si servì di due cristallini umani ottenuti 12 ore dopo la morte. L'apparecchio usato era un porta-obiettivo di un microscopio. L'apertura inferiore veniva chiusa con una lastra di vetro a facce parallele, indi la metà inferiore del cilindro veniva riempita di vitreo e vi veniva immersa la lente; lo spazio residuale fino alla lamina di vetro superiore veniva colmato con vitreo.

Il tutto *Helmholtz* poneva nello stativo di un microscopio al quale aveva tolto le lenti ed il diaframma; determinava l'ingrandimento dato dal sistema, e quindi la distanza focale della lente e l'indice di rifrazione.

Nelle due lenti così esaminate *Helmholtz* trovò :

$$n = 1,4519;$$

$$n = 1,4414.$$

*Matthiessen*, che con studi geniali ed accurati, e con l'introduzione di nuovi metodi analitici ha dato un notevole impulso alla risoluzione di complicati problemi dell'ottica superiore, si propose il problema di ricavare col calcolo il potere rifrangente totale di un sistema diottrico costituito da un numero qualsiasi di superfici sferiche.

Trovò che fra la distanza focale anteriore ( $f$ ) del sistema, la distanza fra la prima superficie ed il primo punto principale ( $z_1$ ), il raggio di curvatura dell'ultima superficie ( $r_m$ ), lo spessore del sistema ( $D$ ) e l'indice di rifrazione totale immaginario del sistema, esiste la relazione :

$$\frac{n}{n-1} = \frac{-f D}{z_1 r_m}.$$

Introducendo invece i valori della distanza focale posteriore ( $\varphi$ ), del raggio di curvatura della prima superficie ( $R_1$ ), e la distanza ( $z_2$ ) fra l'ultima superficie ed il secondo punto principale, ottenne l'eguaglianza seguente :

$$\frac{n}{n-1} = \frac{\varphi D}{z_2 r_1}.$$

Ricavando il valore di  $n$  da ciascuna delle due equazioni, si ottengono due valori di  $n$ , la media dei quali rappresenta l'indice totale di rifrazione di tutto il sistema diottrico.

Pel caso speciale del cristallino *Matthiessen* ha escogitato vari metodi che permettono di determinare l'indice di rifrazione totale quasi esclusivamente col calcolo. Le espressioni principali alle quali è pervenuto sono le seguenti :

$$n = 1 + 2\zeta + \frac{1}{2}\zeta \frac{2b_1 + b_2}{r_1 + r_2} + 2\zeta \frac{2b_1}{r_1} \frac{r_1 b_1}{r_1 r_2},$$

ove  $\zeta$  è uguale alle cifre decimali del rapporto fra l'indice del nucleo ( $N_m$ ) e l'indice della corticale  $N_1$ , cioè  $\zeta = 1 - \frac{N_m}{N_1}$ , che per l'uomo è uguale a 0.02.

$b_1$  = semiasse anteriore della lente;

$b_2$  = semiasse posteriore della lente;

$r_1$  = raggio di curvatura della superficie anteriore del cristallino ;

$r_2$  = raggio di curvatura della superficie posteriore del cristallino.

I due indici forniti dalla precedente equazione differiscono fra di loro di  $\pm 0.0001$  per la lente umana.

La seconda espressione ricavata da *Matthiessen* per l'indice totale del cristallino è :

$$n = 1 + \frac{1}{3} \zeta + \frac{1}{6} \zeta^2 \left( 1 - \frac{b_1 + b_2}{r_1 + r_2} \right)$$

In base a misure rifrattometriche parziali, ed applicando le espressioni suddette, furono ottenuti da *Matthiessen* i seguenti valori dell'indice totale :

Uomo . . . . .	n. = 1,4367
Bue . . . . .	n. = 1,5553
Pecora . . . . .	n. = 1,5358
Cavallo . . . . .	n. = 1,4852
Maiale . . . . .	n. = 1,4768

I metodi di *Matthiessen* furono in seguito controllati, e soprattutto richiamò l'attenzione degli studiosi il valore dell'indice totale calcolato in base all'indice di rifrazione degli strati più esterni e più interni della lente. Con questo sistema *Klinghej* trovò per il gatto :

$$n = 1,4944$$

$$n = 1,5539$$

Sempre in base alle equazioni paraboliche di *Matthiessen*, *Heine* cercò di stabilire le modificazioni dell'indice totale del cristallino negli stati di riposo e di accomodazione. In cristallini di cadaveri umani determinava a mezzo del rifrattometro di *Abbe* l'indice di rifrazione del polo anteriore e del nucleo dapprima lasciando intatto il ligamento zonulare, e poi sezionandolo (occhio accomodato), e con questi dati determinava l'indice totale.

I risultati furono i seguenti :

$$n \text{ (lente non accomodata)} = 1,425 - 1,430;$$

$$n \text{ (lente accomodata)} = 1,435 - 1,440.$$

Questo aumento dell'indice totale nell'accomodazione *Heine* attribuisce all'ispessimento della lente in senso sagittale, ed all'entrata nel polo anteriore di una sostanza albuminoide più molle, la quale, diminuendo il potere rifrangente dispersivo del nemisco anteriore, diminuisce la distanza focale totale del cristallino, e quindi ne aumenta la rifrangenza totale.

Fra l'indice totale delle lenti senili e quello delle lenti di giovani *Heine* ha trovato una certa differenza, nel senso che la lente giovane avrebbe un indice di rifrazione più alto (1,43 : 1,42).

Ciò secondo *Heine* è dovuto al fatto che coll'avanzare dell'età aumenta nell'uomo l'indice del polo anteriore, più che l'indice del nucleo, ne risulta quindi una diminuzione del potere rifrangente totale del cristallino. Le lenti catarattose poi, esaminate sempre secondo il metodo di *Matthiessen*, presentavano un indice totale considerevolmente più alto (1,435 — 480); ed *Heine* attribuisce la causa di questo aumento dell'indice alla diminuzione dell'indice del polo anteriore ed alla sclerosi del nucleo.

All'indirizzo matematico di *Matthiessen* venne in seguito preferito l'indirizzo sperimentale di *Helmholtz*, e comparvero gli studi di *Worinow* su cristallini umani.

Col sistema di *Helmholtz* egli determinò l'indice totale di quattro cristallini alla temperatura di 15 gradi, ottenendo le cifre seguenti :

$\left. \begin{array}{l} 1,4311 \\ 1,4303 \end{array} \right\} \text{ bambini di due anni}$   
 $1,4362 \text{ 16 anni di età}$   
 $1,4411 \text{ 47 anni di età.}$

Questi dati contraddicono i risultati di *Heine*, avendosi un aumento dell'indice totale della lente coll'avanzare dell'età.

Valori troppo elevati sembrano quelli ricavati da *Peschel*, il quale immergeva i cristallini in soluzione di cloruro di sodio, e ne determinava l'indice totale a mezzo di un microscopio.

Per il buc trovò  $n = 1,5272 - 5415$

Per il maiale  $n = 1,5004 - 5423$ .

Su di un principio affatto nuovo sono basate le ricerche di *Stadtfeldt* e *Tscherning*.

Se si pone davanti ad un punto luminoso una lente aplanatica, e si fa variare la sua distanza dal punto luminoso stesso, si osservano i seguenti fenomeni: se la lente si trova vicina al punto luminoso, guardando dal lato opposto si vede nella lente una piccola parte centrale luminosa; a misura che si allontana la lente, la parte luminosa si ingrandisce fino ad invadere tutta la lente. Quando la lente si trova in questa posizione il suo punto focale coincide col punto luminoso, e se ne può così determinare la lunghezza focale.

Se invece di usare una lente aplanatica, se ne adopera una con aberrazione di sfericità, non si arriva mai a rendere luminosa contemporaneamente tutta la lente, ma prima la parte periferica, e poi la parte centrale e ciò perchè la parte periferica ha una distanza focale più corta di quella centrale.

*Stadtfeldt* e *Tscherning* poterono così determinare la lunghezza focale delle varie parti del cristallino, e, determinando il raggio di curvatura delle superfici, calcolarne l'indice di rifrazione totale. Essi procedevano nel modo seguente: asportato il cristallino dall'occhio, lo sospendevano per mezzo della zonula fra due anelli, e ponevano il tutto in una piccola scatola di vetro a facce piane e parallele che veniva poi riempita di un siero artificiale con indice uguale a quello del vitreo. La scatola poi per mezzo di un sostegno metallico veniva messa nell'apparecchio dove dovevano farsi le determinazioni della lunghezza focale. Una volta conosciuta la lunghezza focale del cristallino, il raggio di curvatura delle due superfici, e lo spessore, gli AA. ne determinavano l'indice totale a mezzo della nota espressione :

$$n^2 f_2 (R_1 + R_2 - d) + n [f_1 (2d - R_1 - R_2) - R_2 (R_1 - d)] - d(f_1 + R_2) = 0.$$

Fu così trovato per la porzione centrale del cristallino umano  $n = 1,4352$ . All'esattezza teorica di questo procedimento si contrappongono parecchie cause di errore pratiche. Anzitutto il cristallino veniva sospeso stirando la zonula, e producendo quindi modificazioni, oltre che dei raggi di curvatura delle superfici, anche della distribuzione della parte liquida o semiliquida del cristallino. Inoltre le determinazioni non vennero fatte a temperatura fisiologica.



Le nostre conoscenze sulla diottrica del cristallino si sono arricchite notevolmente grazie agli studi di *Gullstrand*, e poichè con questi studi hanno molta attinenza le presenti ricerche, li riassumerò brevemente.

E' noto che il cristallino, lungi dall'essere un mezzo omogeneo, risulta costituito da un mezzo eterogeneo; si può anzi affermare che, almeno fino a tutta la seconda decade della vita, il cristallino risulta di un mezzo con indice di rifrazione continuamente variabile. E pertanto non è possibile intraprendere con rigore matematico lo studio diottrico del cristallino, senza prima conoscere le leggi e le equazioni fondamentali che regolano la formazione delle immagini nei mezzi eterogenei.

Un raggio di luce che attraversa un mezzo con indice di rifrazione continuamente variabile, lungi dal progredire in linea retta, subisce nel suo tragitto tante deviazioni quante sono le variazioni dell'indice di rifrazione, di guisa che il raggio descrive nel suo cammino una linea curva detta *traiettoria*.

L'atmosfera e la fotosfera solare sono due esempi di mezzi diottrici con indice di rifrazione continuamente variabile, ed è noto anche ai profani, che, appunto per il cammino traiettorale che percorre la luce stellare nell'atmosfera, noi percepiamo all'orizzonte le immagini di alcune stelle che effettivamente non sono ancora pervenute all'orizzonte.

Prima di *Gullstrand* le conoscenze sulla rifrazione in tali mezzi eterogenei erano ancora molto rudimentali, e limitate quasi esclusivamente alla forma della traiettoria. È merito di queste insigne oftalmologo di avere assodato per mezzo di un'analisi matematica profonda che l'equazione fondamentale e le leggi che regolano la formazione delle immagini nei mezzi omogenei conservano il loro valore nei mezzi con indice continuamente variabile, così come nei sistemi diottrici risultanti dall'associazione di un mezzo omogeneo e di uno eterogeneo. D'altro canto lo studio fisiologico della costituzione del fascio rifratto nell'occhio, studio eseguito, per mezzo di un punto luminoso, ha fatto rilevare che nell'occhio normale la superficie d'onda del fascio rifratto presenta un contatto completo di quarto ordine con una superficie di rotazione (*Umdrehungsfläche*), e che il normale decentramento delle superfici rifrangenti dell'occhio è di nessuna importanza per la visione distinta, date le dimensioni degli elementi percettori.

Inoltre con l'esame dei raggi visibili intorno ad un punto luminoso è stato trovato che la linea di sezione di detta superficie con una superficie cilindrica, l'asse della quale coincide con l'asse della superficie di rotazione osculante, ha un decorso ondulato.

Questa particolare costituzione della superficie d'onda è senza dubbio dovuta al cristallino, e con grande probabilità alla trazione esercitata dalle fibre zonulari.

Or se, a mezzo del rifrattometro, si ricreano sulle superfici del cristallino tutti i punti che hanno lo stesso indice di rifrazione, l'insieme di questi punti forma due superfici isoindiciali.

La medesima ricerca fatta in profondità, nello spessore di strati più centrali del cristallino, permette di individualizzare altre superfici isoindiciali. Dalle ricerche di *Gullstrand* risulta che le superfici isoindiciali non sono delle superfici di rotazione, ma possono con una sufficiente approssimazione considerarsi come

superfici aventi contatto completo di quarto ordine con superfici di rotazione, e pertanto lo studio diottrico del cristallino può sostituirsi con lo studio delle superfici di rotazione con le quali le superfici isoindiciali del cristallino hanno un contatto di quarto ordine. Occorre però ricordare che il cristallino è un mezzo con indice continuamente variabile, e che quando si vuol valutare il potere diottrico di una lente costituita da un mezzo eterogeneo, occorre calcolare separatamente la rifrazione a livello delle due superfici, ed il cambiamento di convergenza che subisce la luce per il passaggio attraverso il mezzo eterogeneo. Per il cristallino dunque occorre conoscere la legge di variazione dell'indice di rifrazione, occorre in altri termini avere un'equazione indiciale.

*Matthiessen* dalle sue ricerche sul cristallino umano e degli animali era pervenuto alla conclusione che, se in un sistema di due assi ortogonali si segnano sulle ascisse le distanze di vari punti del cristallino dal centro di esso, e sulle ordinate i rispettivi valori dell'indice di rifrazione, si ottiene una curva che presenta un andamento parabolico, *Matthiessen* quindi è pervenuto ad una equazione indiciale che è quella di una parabola. Senonchè nello sviluppo in serie della funzione che presenta l'indice di rifrazione come dipendente dalle coordinate spaziali, *Matthiessen*, ha trascurato i quozienti differenziali di ordine superiore al secondo, ed avendo sottoposto all'integrazione l'equazione indiciale come se fosse esatta, ha commesso un errore sensibile.

Ma vi ha un'altra imperfezione nel metodo seguito da *Matthiessen*. Questo autore nella determinazione degli indici parziali dei vari strati del cristallino non teneva conto di due fattori: la temperatura e le alterazioni cadaveriche. Poichè, essendo l'indice di rifrazione dei corpi una funzione della temperatura, tali determinazioni devono essere fatte alla temperatura fisiologica del corpo e d'altro canto, modificazioni per le alterazioni cadaveriche l'indice di rifrazione dei tessuti, è necessario servirsi di materiale freschissimo.

E' merito di *Speciale-Cirincione* di avere studiato a mezzo del rifrattometro di Abbe il comportamento dell'indice di rifrazione nei vari strati del cristallino alla temperatura di 37°, e servendosi di materiale ancora caldo.

Risulta da queste ricerche che lungo l'asse del cristallino l'indice di rifrazione è sempre crescente dallo strato sottocapsulare anteriore verso il nucleo; dal nucleo verso il polo posteriore diviene decrescente, rimanendo però sempre superiore il valore al polo posteriore rispetto a quello anteriore. Il punto più rifrangente del cristallino non si trova nella metà del suo asse, come suppone *Matthiessen*, ma più vicino al polo posteriore; questo particolare è di notevole importanza quando si voglia determinare il cammino di un raggio luminoso attraverso il cristallino. La curva di accrescimento dell'indice di rifrazione per i diversi strati della lente non è pertanto regolare, nè simmetrica, nel senso che per andare anteriormente dal punto più basso verso il vertice della curva, si percorre un tratto più lungo che per non ridiscendere dal vertice della curva all'estremo posteriore.

Ritornando all'equazione indiciale di *Matthiessen*, *Gullstrand* ha rilevato che per ottenere un'equazione indiciale sufficientemente esatta è necessario riunire tutti i quozienti differenziali fino al quarto ordine della funzione nella quale l'indice di rifrazione è dipendente dalle coordinate.

*Gullstrand* ha così ottenuto la seguente equazione indiciale :

$\mu_0 - \mu = \frac{1}{6}(m x^2 + n y^2) + \frac{1}{6}(M x^3 + 3 N x y^2) + \frac{1}{6}p_m(p_m x^4 + 6 p_n x^2 y^2 + p_n y^4)$ ,  
nella quale  $\mu_0$  è l'indice di rifrazione del centro del cristallino, e  $\mu$  quello di un punto qualsiasi del cristallino, avente per coordinate  $x$  e  $y$ . In questa equazione figurano inoltre sette costanti, che devono essere calcolate, ed occorre quindi impiantare un sistema di sette equazioni. Se il cristallino fosse di dimensioni molto maggiori, si potrebbero conoscere queste costanti misurando col rifrattometro l'indice di rifrazione in un numero sufficiente di punti. Ma, data la piccolezza del cristallino, e poichè d'altro canto le differenze nell'indice di rifrazione sono in alcuni punti molto piccoli, *Gullstrand* si è limitato a tenere conto solo dell'indice di rifrazione del centro del cristallino, dei due poli, e del bordo, ottenendo così le tre equazioni seguenti :

$$24 (\mu_0 - \mu_1) = 12 m x_1^2 + 4 M x_1^3 + p_m x_1^4 \quad (1)$$

$$24 (\mu_0 - \mu_2) = 12 m x_2^2 + 4 M x_2^3 + p_m x_2^4 \quad (2)$$

$$24 (\mu_0 - \mu_s) = 12 n y_s^2 + p_n y_s^4, \quad (3)$$

nelle quali  $x_1, x_2$  sono le coordinate rispettivamente del polo anteriore e del posteriore,  $\mu_1, \mu_2$  gli indici di rifrazione della sostanza corticale al livello dei poli,  $\mu_s$  l'indice di rifrazione del nucleo, con coordinate  $x = 0, y = +Y_s$ . Altre due equazioni *Gullstrand* ha ottenuto calcolando la curvatura delle due superfici isoindiciali situate alla superficie del cristallino, ammettendo con molta approssimazione che in corrispondenza dei poli del cristallino le due superfici isoindiciali abbiano la stessa curvatura delle superfici esterne.

Essendo pertanto in generale :

$$\frac{1}{\rho} = - \frac{\partial^2 x}{\partial y^2} : \frac{\partial \mu}{\partial x},$$

*Gullstrand* ricavò le due equazioni seguenti :

$$\frac{1}{\rho_1} = - \frac{3}{x_1} \cdot \frac{2n + 2N x_1 + p_n x_1^3}{6m + 3M x_1 + p_m x_1^3} \quad (4),$$

$$\frac{1}{\rho_s} = - \frac{3}{x_s} \cdot \frac{2n + 2N x_s + p_n x_s^3}{6m + 3M x_s + p_m x_s^3} \quad (5).$$

Una sesta equazione può ottenersi calcolando il potere diottrico del sistema ottico del cristallino ( $D$ ), conoscendo per altre note ricerche il cambiamento che avviene nella rifrazione dell'occhio in seguito all'allontanamento del cristallino.

Essendo :

$$D = - \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial_2 \mu}{\partial y^2} \partial x,$$

sarà :

$$D = \frac{x_2 - x_1}{6} \left\{ 6n + 3N(x_2 + x_1) + p_n(x_2^3 + x_1^3 + x_2 x_1 + x_1^2) \right\} \quad (6).$$

Dando nelle precedenti equazioni a  $p_m$  un valore noto arbitrario, e ponendo

$\mu_1 = \mu_s$ , si ricavano dalle (1) e (2) i valori di  $m$  e di  $M$  :

$$m = 2(\mu_0 - \mu_1) \frac{x_1^3 + x_2^3}{x_1^3 x_2^3} + \frac{p_m x_1 x_2}{12},$$

$$M = -6(\mu_0 - \mu_1) \frac{x_1 + x_2}{x_1^3 x_2^3} - \frac{p_m(x_1 + x_2)}{4},$$

e ponendo :

$$A = - \frac{x_1}{3 \rho_1} (6m + 3Mx_1 + p_m x_1^2),$$

$$B = - \frac{x_1^2}{3 \rho_2} (6m + 3Mx_1 + p_m x_1^2),$$

$$C = \frac{2D}{x_1 - x_2},$$

dalle equazioni (4) (5) e (6) si ottengono i valori di  $n$ ,  $N$  e  $p_0$ :

$$n = \frac{A x_2 (2x_1 - x_2) + B x_1 (x_1 + 2x_2) - 6C x_1 x_2}{2(x_1 - x_2)^2}$$

$$N = \frac{3C(x_1 + x_2) - A(x_1 + 2x_2) - B(2x_1 + x_2)}{(x_1 - x_2)^3}$$

$$p_0 = \frac{3(A + B - 2C)}{(x_1 - x_2)^2}.$$

Sostituendo infine nella (3) ad  $n$  il valore trovato, si ricava :

$$p_m = \frac{24(\mu_0 - \mu_2)}{y_1^4} - \frac{12n}{y_1^3}.$$

Vengono così conosciute tutte le incognite dell'equazione indiciale.

*Gullstrand* ha potuto così calcolare l'indice totale del cristallino a mezzo dell'equazione :

$$\mu_t - \mu_1 = \frac{24(\mu_0 - \mu_1) + p_m x_1^4}{36} \cdot \frac{6n + p_0 x_1^2}{2n + p_0 x_1^2} \quad (7),$$

e tutte le altre costanti del sistema ottico del cristallino in stato di riposo accomodativo, e ciò per mezzo delle equazioni generali da *Gullstrand* precedentemente sviluppate per i mezzi eterogenei.

Risolvendo la (7) rispetto a  $\mu_t$ , e adottando come indice di rifrazione dell'umore acqueo e del vitreo 1,336, *Gullstrand* ne ricavò :

$$\mu_t = 1,4085.$$

Ottenute così tutte le costanti del cristallino in stato di riposo accomodativo, occorre calcolare le stesse costanti per il cristallino accomodato. In queste ricerche sulle modificazioni diottriche del cristallino durante l'accomodazione, *Gullstrand* pone come base del meccanismo dell'accomodazione il rilasciamento della zonula per effetto della contrazione del muscolo ciliare.

È noto che è specialmente la superficie anteriore del cristallino che durante l'accomodazione subisce un aumento di curvatura, e che nello stesso tempo si sposta un poco in avanti, mentre finora alcun spostamento accomodativo è stato dimostrato per la superficie posteriore, e d'altro canto la curvatura di questa si modifica solo in modo insignificante.

Per maggiore chiarezza riporto le seguenti figure di *Gullstrand* :

Vi sono rappresentate (V. fig. 1) le sezioni schematiche di due cristallini, dei quali l'uno in riposo accomodativo, l'altro al massimo di accomodazione. In ciascuna sezione si vedono tre linee chiuse, delle quali la più esterna rappresenta la linea di sezione al livello delle superfici lenticolari, le altre due linee le linee di sezione di superfici isoindiciali. Le superfici isoindiciali esterne che passano per i poli del cristallino rappresentano l'insieme di tutti i punti il cui indice di ri-

frazione è 1,386; le superfici isoindiciali interne sono invece il luogo dei punti nei quali l'indice di rifrazione è 1,404; il centro del nucleo del cristallino avrebbe un indice di rifrazione pari a 1,406.

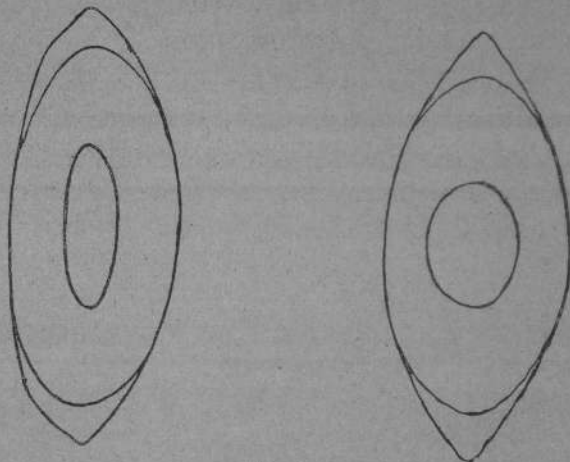


Fig. 1.

*Gullstrand* ha ottenuto le superfici isoindiciali calcolando le coordinate di ciascun punto dietro l'altro secondo l'equazione indiciale; la loro forma è perciò perfettamente esatta, con la sola restrizione, che è possibile, per quanto finora non provata, che nell'accomodazione il nucleo del cristallino presenti un grado leggero di asimmetria. Il calcolo però dimostra che questa asimmetria è insignificante.

Alla linea di sezione delle superfici del cristallino *Gullstrand* ha dato arbitrariamente forma parabolica, non essendo nel tempo in cui egli eseguiva queste ricerche ancora esattamente conosciuta la forma di queste superfici; le ricerche posteriori di *Nordenson* però hanno confermato la supposizione di *Gullstrand*, avendo questo autore trovato, servendosi di un nuovo metodo oftalmofacometrico, che le superfici del cristallino possono con molta approssimazione assimilarsi a due paraboloidi.

Nella sezione schematica rappresentante il cristallino accomodato, l'aumento di curvatura delle superfici anteriore e posteriore è rispettivamente dell'87 % e del 12 % e l'aumento di spessore dell'11 %.

All'ispezione delle due figure salta subito agli occhi il cambiamento di forma delle superfici isoindiciali durante l'accomodazione; la curvatura di queste superfici aumenta per effetto dell'accomodazione, di guisa che esse tendono alla forma sferica, e questa modificazione è più accentuata nelle superfici isoindiciali interne che nelle esterne; ciò risulta in modo chiaro anche dalla comparazione delle due equazioni indiciali.

Dall'analisi matematica risulta inoltre che, per effetto di questa modificazione della forma e della curvatura delle superfici isoindiciali, il valore diottrico del cristallino subisce un aumento: in altri termini, quando per effetto dell'accomodazione le superfici isoindiciali del cristallino tendono alla forma sferica, e quindi le particelle del cristallino situate nel piano equatoriale subiscono un movimento assipetale, l'indice di rifrazione totale del cristallino diventa superiore

a quello del cristallino in stato di riposo. Ne risulta perciò che il valore diottrico del cristallino in stato di accomodazione è maggiore di quello che il cristallino avrebbe se, invece di essere costituito da un mezzo con indice continuamente variabile, risultasse di un unico mezzo omogeneo.

Un esempio chiarirà meglio questo concetto:

Supponiamo di avere due lenti convergenti  $A$  e  $B$ , ambedue limitate da superfici sferiche di eguale curvatura e dello stesso spessore, e supponiamo che, misurando praticamente con un facometro la distanza focale di queste lenti, si trovi che la lente  $A$  possiede una distanza focale corrispondente ad un valore diottrico di 10  $D$ , e la lente  $B$  invece una distanza focale corrispondente ad un valore diottrico di 11  $D$ . È evidente che, poichè le due lenti sono limitate da superfici eguali per forma e curvatura, la differenza fra le distanze focali di esse deve essere dovuta ad una differenza dell'indice di rifrazione della sostanza dalla quale le due lenti sono costituite.

Se infatti nella nota equazione che permette di calcolare il potere diottrico di una lente ( $\frac{1}{f}$ ) in funzione dell'indice di rifrazione della sostanza da cui è formata la lente ( $n$ ), dei raggi di curvatura delle due superfici ( $R_1, R_2$ ), e dello spessore ( $e$ ), si sostituiscono ad  $f, R_1, R_2$ , e i rispettivi valori della lente  $A$ , ed altrettanto si fa per la lente  $B$ , e si risolvono le due equazioni così ottenute rispetto all'indice di rifrazione  $n$ , risulta per la lente  $B$  un'indice di rifrazione superiore a quello della lente  $A$ .

Or la lente  $B$  si può paragonare al cristallino in stato di accomodazione, la lente  $A$  ad un ipotetico cristallino il quale, pur avendo delle superfici con curvatura eguale a quella delle superfici del cristallino reale accomodato, sia costituito da un mezzo omogeneo con indice di rifrazione eguale all'indice totale del cristallino non accomodato.

*Gullstrand* ha trovato infatti col calcolo che l'indice di rifrazione totale del cristallino accomodato è :

$$\mu_t = 1,42625.$$

Da questa breve disamina dei metodi adoperati finora per la determinazione dell'indice totale di rifrazione del cristallino emerge che le cause di errore inerenti a questi metodi sono tali, che questi metodi non danno molto affidamento per la esattezza dei valori ottenuti.

E la prima causa di errore è data dal tempo non indifferente richiesto per fare le singole determinazioni, e dalle numerose manipolazioni alle quali viene sottoposto il cristallino; l'esposizione all'aria produce evidentemente un disseccamento delle superfici del cristallino, alterazioni della sua trasparenza e conseguentemente del potere rifrangente. La consistenza molle degli strati corticali inoltre fa sì che ad una pressione anche leggera vari la distribuzione della parte liquida nell'interno del cristallino, e poichè col variare del contenuto della parte liquida dei vari strati varia anche il loro indice di rifrazione parziale, ne risulta che anche l'indice totale deve subire delle modificazioni.

Un'altra causa di errore è data dalla recisione della zonula. È noto che, secondo *Helmholtz*, il cristallino nell'occhio in stato di riposo accomodativo si trova



stirato all'equatore dalle fibre zonulari, stiramento che produce una diminuzione della curvatura delle superfici. La recisione delle fibre zonulari produce nel cristallino quelle modificazioni della curvatura delle superfici lenticolari che determinano lo stato accomodativo del cristallino. È evidente perciò che i valori dell'indice totale del cristallino trovati dai vari studiosi possono se mai riferirsi soltanto al cristallino accomodato.

Un altro fattore è stato trascurato nelle determinazioni: la temperatura. È di grande importanza nei calcoli di diottrica oculare la rifrangenza totale del cristallino, ma riferita alla temperatura fisiologica dell'occhio vivente, ed invece le determinazioni di indice totale sono state finora eseguite a temperatura ambiente della quale non sempre veniva preso nota.

Edotto degli inconvenienti sopra indicati, ho cercato di escogitare un metodo nel quale questi inconvenienti fossero ridotti al minimo, e dopo numerosi tentativi mi è sembrato che fosse possibile con sufficiente esattezza studiare il potere rifrangente specifico del cristallino con due procedimenti diversi.

Prima di esporre questi metodi riferirò su di un altro procedimento molto meno esatto dei precedenti, ma che potrebbe riuscire utile se non si richiedesse una grande esattezza e quindi solo a scopo dimostrativo.

#### DETERMINAZIONE DELL'INDICE TOTALE DI RIFRAZIONE DEL CRISTALLINO FUORI DELL'OCCHIO.

È noto che in una lente biconvessa con raggi di curvatura eguali le distanze focali sono eguali, e così pure le distanze fra i punti focali e la rispettiva superficie della lente, il centro ottico quindi è situato ad eguale distanza dalle superfici stesse.

In una lente invece le cui due superfici hanno raggio di curvatura differente il centro ottico si trova a distanza disuguale dalle due superfici; sono disuguali anche le distanze fra i punti focali e le rispettive superfici. Questo è il caso del cristallino. Conoscendo la distanza focale del cristallino, i raggi di curvatura delle due superfici e lo spessore di esso, se ne può facilmente determinare l'indice di rifrazione.

Per conoscere la distanza focale del cristallino isolato dall'occhio occorre anzitutto determinare la distanza fra i punti focali e le rispettive superfici. A tal uopo si ponga davanti al cristallino una lente convergente qualsiasi, ed a livello del primo piano focale di questa si ponga un oggetto di piccole dimensioni.

La lente formerebbe di questo oggetto una immagine infinitamente grande situata all'infinito; ma per l'interposizione del cristallino l'immagine si formerà al fuoco di esso. Perché un osservatore situato dietro al cristallino veda nitidamente questa immagine, ha bisogno di interporre fra il suo occhio e il cristallino un'altra lente, il cui fuoco anteriore coincida col fuoco posteriore del cristallino. Or, conoscendo il potere diottrico di questa lente, e la sua distanza dal cristallino, si trova subito la posizione di uno dei piani focali del cristallino dalla rispettiva superficie.



Ciò fatto si rivolta il cristallino dall'altra superficie, e si esiguisce la stessa determinazione. Si è così determinata la distanza di ciascun piano focale del cristallino dalla rispettiva superficie.

Per determinare ora lo spessore del cristallino si può operare come segue: nel fondo di una vaschetta di vetro si traccia un piccolo segno, vi si colloca sopra il cristallino, e con un microscopio si mette a fuoco la sua superficie superiore in prossimità del polo: indi si allontana il cristallino e si mette a fuoco il segno tracciato. La differenza fra le due distanze dà evidentemente lo spessore del cristallino, che viene poi sommato alla somma delle distanze fra i punti focali e le rispettive superfici del cristallino.

Non rimane che misurare i raggi di curvatura delle superfici del cristallino per potere applicare la nota equazione:

$$\frac{1}{\varphi} = (n - 1) \left[ \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_n} - \frac{n(-1)e}{n R_i R_n} \right],$$

nella quale l'unica incognita è  $n$ . Risolvendo quindi rispetto ad  $n$ , si ha:

$$n = \frac{-2e\varphi + R_i\varphi + R_n\varphi + R_i R_n \pm \sqrt{(2e\varphi - R_i\varphi - R_n\varphi - R_i R_n)^2 + 4\varphi e(\varphi R_n + \varphi R_i - \varphi e)}}{2(\varphi R_n + \varphi R_i - \varphi e)}$$

A parte la complessità di questa formula risolutiva, non mi è sembrato questo metodo di facile attuazione pratica per la lunga durata che richiedono le misurazioni necessarie. Il tempo che occorre per eseguirlo è di almeno un'ora, tempo che è già sufficiente perchè nel cristallino avvengano delle modificazioni fisiche e chimiche che ne alterano la trasparenza, e conseguentemente l'indice di rifrazione.

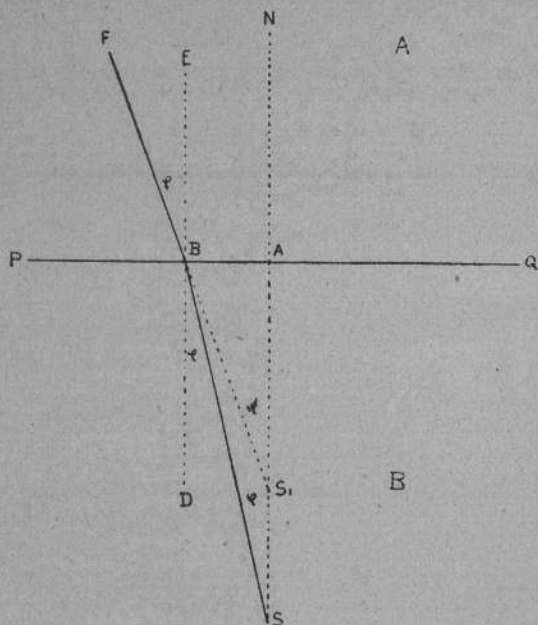


Fig. 2.

A queste modificazioni fisiche e chimiche si aggiungono quelle modificazioni meccaniche dovute alle numerose manualità, alle quali il cristallino viene sottoposto.



Mi è sembrato quindi che fosse da cercare un artificio che permettesse di determinare l'indice totale del cristallino nel più breve tempo possibile, senza sottoporre il cristallino a manualità complicate, e che permettesse inoltre di constatare se per effetto, dell'accomodazione avvenissero delle modificazioni dell'indice totale. Ho trovato semplice ed abbastanza esatto il metodo seguente basato su principii elementari della diottrica (V. fig. 2).

Sia  $PQ$  la superficie di separazione di due mezzi  $A$  e  $B$  di differente densità ottica, e sia il mezzo  $B$  più denso del mezzo  $A$ . Dal punto  $S$  situato nel secondo mezzo si diparte un raggio  $SB$ , il quale forma con la normale  $ED$  al punto di incidenza l'angolo  $EBD$ . Nel primo mezzo il raggio suddetto devia nel senso  $BF$ , formando con la normale l'angolo  $FBE$ . Un'occhio osservatore che si trovi in  $F$ , vede il punto  $S$  in  $S_1$ , poichè l'occhio è abituato a riferire gli oggetti sul prolungamento dei raggi che lo colpiscono.

Determiniamo allora la grandezza di questo spostamento apparente del punto  $S$ .

L'angolo che misura l'incidenza del raggio  $BS$  col piano  $PQ$  è

$$\varphi = \widehat{DBS} = \widehat{BSA} \text{ (come alterni interni).}$$

L'angolo di emergenza che misura l'indidenza del raggio emergente  $FB$  è

$$\psi = \widehat{FBE} = \widehat{BS_1A};$$

e per la 2<sup>a</sup> legge elementare della rifrazione sarà:

$$\text{sen } \psi = n \text{ sen } \varphi.$$

Per noto teorema trigonometrico dei triangoli rettangoli si ricava dai triangoli  $ABS_1$  e  $ABS$ :

$$\begin{aligned} AB &= AS_1 \tan \psi \\ AB &= AS \tan \varphi. \end{aligned}$$

Dividendo la 2<sup>a</sup> equazione per la 1<sup>a</sup>, si ha:

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{AS \tan \varphi}{AS_1 \tan \psi}, \\ AS_1 \tan \psi &= AS \tan \varphi \\ AS_1 &= AS \frac{\tan \varphi}{\tan \psi} = \\ &= AS \frac{\text{sen } \varphi \cdot \cos \psi}{\text{sen } \psi \cdot \cos \varphi} = \frac{AS}{n} \cdot \frac{\cos \psi}{\cos \varphi}. \end{aligned}$$

E per valori molto piccoli di  $\psi$  e di  $\varphi$  si può trascurare il rapporto  $\frac{\cos \psi}{\cos \varphi}$  e scrivere

$$AS_1 = \frac{1}{n} AS,$$

da cui

$$n = \frac{AS}{AS_1} \quad (1).$$

Questo procedimento, che permette di determinare l'indice di rifrazione relativo ai due mezzi, può permettere in condizioni particolari di determinare anche l'indice totale del cristallino.

Consideriamo anzitutto un caso più semplice : si voglia ad esempio determinare l'indice di rifrazione di una lamina a superfici piane e parallele.

Si incida col diamante sul fondo di una vaschetta di vetro un segno piccolissimo, vi si porti sopra la lamina da esaminare, e si riempia la vaschetta di acqua. Si ponga adesso la vaschetta sul tavolino di un microscopio, e a mezzo di un obiettivo ad acqua, ad esempio del *Plankton-Sucher*, si metta a fuoco la superficie superiore della lamina, indi attraverso la lamina si metta a fuoco l'incisione fatta col diamante. Si tolga adesso la lamina e si metta direttamente a fuoco il segno inciso sul vetro. È evidente che se la sostanza di cui è composta la lamina ha un indice di rifrazione differente da quello dell'acqua, lo spostamento che si deve fare subire al tubo del microscopio per portarlo dalla posizione nella quale è a fuoco la superficie superiore della lamina a quella nella quale è a fuoco attraverso la lamina l'incisione sul vetro, è differente da quello che è necessario per mettere a fuoco direttamente l'incisione sul vetro, dopo di aver messo a fuoco la superficie superiore della lamina. E per l'equazione (1) il valore del rapporto fra lo spostamento maggiore ed il minore rappresenta l'indice di rifrazione della lamina relativo all'acqua; moltiplicando il valore trovato per l'indice di rifrazione dell'acqua, si ottiene l'indice di rifrazione della lamina relativo all'aria.

Se adesso invece di una lamina con superfici piane e parallele si voglia determinare con lo stesso metodo l'indice di rifrazione di una lente biconvessa, ad esempio del cristallino, le condizioni sono differenti, poichè in questo caso interviene l'azione della curvatura delle superfici.

Supponiamo di disporre un cristallino nelle stesse condizioni della lamina a facce piane e parallele, in modo che la superficie anteriore di esso poggi a livello della zona polare sul segno tracciato al fondo della vaschetta, e si riempia questa ultima di una soluzione di *Na Cl* 1,25 %, soluzione isotonica per il cristallino del cane, e che si presume lo sia anche per quello umano. A mezzo di un microscopio munito di un obiettivo « *Plankton-Sucher* » di Zeiss si determinino così come nel caso della lamina a facce piane e parallele, le due distanze  $s$  ed  $s_1$ , delle quali la prima sarebbe la distanza dell'oggetto dalla superficie posteriore della lente, e la seconda quella dell'immagine dalla stessa superficie posteriore.

Se il cristallino non fosse tenuto proprio al fondo della vaschetta, in guisa tale che la sua superficie anteriore sia in corrispondenza della zona centrale rasente al fondo stesso della vaschetta, per calcolare l'indice totale di rifrazione del cristallino occorrerebbe tenere conto della curvatura di ambedue le superfici, e servirsi dell'equazione :

$$\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{s_1} = (n_1 - n_2) \left[ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{(n_1 - n_2)e}{n_1 R_1 R_2} \right],$$

dova  $n_1$  = indice di rifrazione totale del cristallino,

$n_2$  = » » del liquido ambiente,

$R_1$  = raggio di curvatura della superficie anteriore,

$R_2$  = » » » » posteriore,

$e$  = spessore della lente.

Disponendo invece il cristallino in modo che la regione polare anteriore sia

rasente al fondo della vaschetta, si hanno le condizioni di una lente piana convessa, nella quale l'oggetto si trovi a livello della superficie piana.

Vediamo allora come si comporta un fascio ritratto in queste condizioni (V. fig. 3).

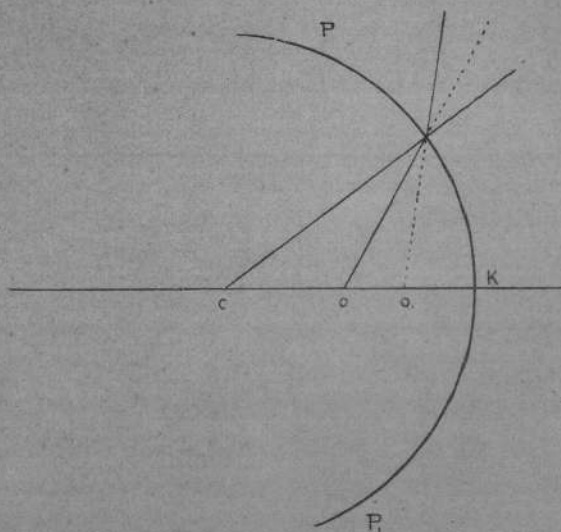


Fig. 3.

Si abbia un sistema di due mezzi con indice di rifrazione differente: il primo (*A*) con indice di rifrazione  $n_1$  maggiore di quello  $n_2$  del secondo mezzo (*B*); i due mezzi siano separati da una superficie sferica ( $PP_1$ ), che presenta la concavità rivolta verso il mezzo più denso.

Sia un punto oggetto (*O*) situato nel primo mezzo, in un punto dell'asse principale compreso fra il centro di curvatura e il vertice (*K*) della superficie di separazione dei due mezzi. Un raggio luminoso il quale, partendo dal punto *O*, incontri la superficie  $PP_1$ , passando da un mezzo più denso in uno meno denso, si allontanerà dalla normale al punto di incidenza, divergendo rispetto all'asse principale, in misura maggiore che il raggio incidente. Il punto immagine del punto *O* si formerà pertanto nel punto  $O_1$ , nel quale l'asse viene incontrato dal prolungamento del raggio rifratto.

Per determinare la posizione del punto  $O_1$  rispetto al vertice *K* della superficie di separazione, basta ricorrere all'equazione:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{-r},$$

alla quale si può sostituire la seguente:

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_1 - n_2}{r} \quad (2),$$

nella quale sono stati cambiati i segni a tutti i termini del secondo membro. Risolvendo l'equazione (2) rispetto a *q*, si ottiene:

$$q = \frac{n_2 r p}{p(n_1 - n_2) - n_1 r} \quad (3).$$

Essendo nel caso in questione  $p < r$ , (poichè il raggio di curvatura della superficie posteriore del cristallino è maggiore allo spessore del cristallino a livello

dal suo asse ottico), sarà negativo il valore della differenza  $p(n_1 - n_2) - n_1 r$ , e quindi negativo il valore di  $p$ .

Vediamo adesso come si comporta il valore di  $q$  col variare di  $r$  e di  $n$ .

L'equazione (3) può trasformarsi in la seguente :

$$q = \frac{\frac{n_2 p}{p(n_1 - n_2)} - n_1}{r};$$

ed allora, essendo  $p < r$ , e  $\frac{p(n_1 - n_2)}{r} \leq n_1$ , se si fa diminuire  $r$  diminuisce anche il valore della differenza  $\frac{p(n_1 - n_2)}{r} - n_1$ , e quindi aumenta  $q$ .

Se ne deduce quindi che nel caso presente: *la distanza dell'immagine dal vertice del diottero è direttamente proporzionale alla curvatura della superficie rifrangente.*

Ad esempio :

$$\text{Se } \left. \begin{array}{l} p = 0.00474 \\ n_1 = 1.443 \\ n_2 = 1.334 \\ r = 0.006 \end{array} \right\} q = 0.00466 \quad A = p - q = 0.00008$$

Ed invece se

$$\left. \begin{array}{l} p = 0.00474 \\ n_1 = 1.443 \\ n_2 = 1.334 \\ r = 0.00533 \end{array} \right\} q = 0.00469 \quad A = p - q = 0.00005$$

Ed inoltre, se nell'equazione (3) si mette al denominatore in evidenza  $n_1$ , si ottiene :

$$q = \frac{n_2 r p}{n_1 (p - r) - p n_2},$$

dalla quale, essendo  $p < r$  e quindi il termine  $n_1 (p - r)$  negativo, si rileva che aumentando  $n$  diminuisce  $q$ .

Ad esempio : se

$$\left. \begin{array}{l} p = 0.00474 \\ n_1 = 1.463 \\ n_2 = 1.334 \\ r = 0.006 \end{array} \right\} q = 0.00464 \quad A = p - q = 0.00010$$

E pertanto : *la distanza del punto immagine dalla superficie rifrangente aumenta col diminuire di  $r$ , diminuisce col crescere di  $n_1$ .*

Se adunque in un diottero come quello in questione si potesse fare crescere contemporaneamente la curvatura della superficie di separazione fra i due mezzi, e l'indice di rifrazione del primo mezzo, agendo questi due fattori in senso opposto rispetto a  $q$ , il senso della variazione di  $q$  dipenderebbe dal prevalere dell'aumento della curvatura o dell'indice di rifrazione, e per ogni variazione di  $r$ , ve ne potrebbe essere una di  $n_1$  tale che  $q$  rimanesse invariato.

Volendo adesso avere un'idea del comportamento di  $q$  nel cristallino in stato di

accomodazione, ove durante l'accomodazione il valore di  $r$  fosse eguale a 0.00533, ed ove l'indice di rifrazione totale subisse un aumento di 0.02, come sarebbe preveduto dai calcoli di *Gullstrand*, basterà sostituire questi valori nella (3).

Così, se :

$$\left. \begin{array}{l} p = 0.00474 \\ n_1 = 1.463 \\ n_2 = 1.334 \\ r = 0.00533 \end{array} \right\} q = 0.00468 \quad A = p - q = 0.00006$$

Nel caso del cristallino dunque, se per effetto della recisione della zonula il raggio di curvatura della superficie posteriore si riducesse a 0.00533, come dovrebbe essere secondo la teoria e le ricerche di *Helmholtz*, e se contemporaneamente l'indice totale di rifrazione del cristallino subisse un aumento dell'ordine di grandezza di 0.02, come risulta dalle previsioni teoriche di *Gullstrand*, la distanza del punto immagine dal vertice della superficie posteriore del cristallino dovrebbe subire un leggero aumento, il punto immagine cioè tenderebbe ad avvicinarsi al punto oggetto, e quindi diminuirebbe la differenza fra  $p$  e  $q$ .

Per conoscere pertanto l'indice totale di rifrazione del cristallino, dopo di avere determinato  $p$  e  $q$  col procedimento sopra descritto, ed  $n_1$  a mezzo del rifrattometro, basterà ricorrere all'equazione (2), la quale, essendo  $q$  negativo, si trasforma nell'altra :

$$\frac{n_1}{p} - \frac{n_2}{q} = \frac{n_1 - n_2}{r}$$

Risolvendo rispetto ad  $n_1$  si ottiene :

$$n_1 = \frac{p(n_2 r - n_2 q)}{q r - p q}$$

Questo metodo pertanto permette di determinare abbastanza rapidamente l'indice totale del cristallino umano in stato di riposo accomodativo, operando sul cristallino lasciato in sito nel segmento anteriore dell'occhio, al quale sia stata asportata la cornea. Col presupposto della veridicità della teoria di *Helmholtz*, il metodo permette altresì di ricercare se durante lo stato accomodativo l'indice totale subisce variazioni, e ciò operando sempre sul cristallino in sito, ma dopo la recisione della zonula.

Il metodo ideale per questo scopo sarebbe però quello che permettesse di eseguire le determinazioni sull'occhio vivente, ed a questo mi sembra si possa riuscire col procedimento seguente, che nelle linee generali è quello seguito da *Young*.

*Calcolo dell'indice di rifrazione del cristallino nell'occhio vivente per mezzo delle dimensioni dell'occhio e delle costanti dei diottri elementari.*

Indicando con  $p$  la distanza focale posteriore della cornea, con  $\delta$  quella fra il vertice corneale ed il centro ottico del cristallino, con  $q$  la distanza fra il centro ottico del cristallino ed il polo posteriore dell'occhio, con  $\varphi$  la distanza focale del cristallino, sarà :

$$\frac{1}{q} - \frac{1}{p - \delta} = \frac{1}{\varphi} \quad (x),$$

dalla quale si ricava :

$$\varphi = \frac{q(p-\delta)}{p-\delta-q}.$$

Per conoscere  $q$ , essendo nota la lunghezza dell'asse ottico dell'occhio, bisogna conoscere la profondità della camera anteriore, e la posizione del centro ottico del cristallino rispetto alle sue superfici. Indicando con  $x$  la distanza fra il centro ottico del cristallino ed il suo polo anteriore, con  $y$  la distanza fra il centro ottico ed il polo posteriore, con  $R_1$  ed  $R_2$  i raggi di curvatura rispettivamente della superficie anteriore e di quella posteriore, con una costruzione geometrica elementare si ricava la nota espressione :

$$x = \frac{(x+y) R_1}{R_1 + R_2}.$$

Essendo  $a$  la profondità della camera anteriore, e  $K$  la lunghezza dell'asse ottico, sarà pertanto :

$$\varphi = \frac{(K-a-x)(p-\delta)}{p-\delta-K-a-x}.$$

Conosciuta la lunghezza focale del cristallino, si può determinare l'indice di rifrazione totale a mezzo dell'espressione :

$$\frac{1}{\varphi} = (n-1) \left[ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} - \frac{(n+1)e}{n R_1 R_2} \right],$$

dalla quale:

$$n = \frac{-2e\varphi + R_1\varphi + R_2\varphi + R_1R_2 \pm \sqrt{(2e\varphi - R_1\varphi - R_2\varphi - R_1R_2)^2 + 4\varphi e(\varphi R_2 + \varphi R_1 - \varphi e)}}{2(\varphi R_2 + \varphi R_1 - \varphi e)}.$$

Con questo procedimento si può calcolare l'indice totale di rifrazione del cristallino anche nell'occhio vivente, quando siano stati determinati la lunghezza dell'asse ottico dell'occhio, i raggi di curvatura della cornea e delle superfici del cristallino, lo spessore del cristallino, e la profondità della camera anteriore: i notevoli progressi fatti dall'ottica fisiologica permettono di eseguire tutte queste misurazioni.

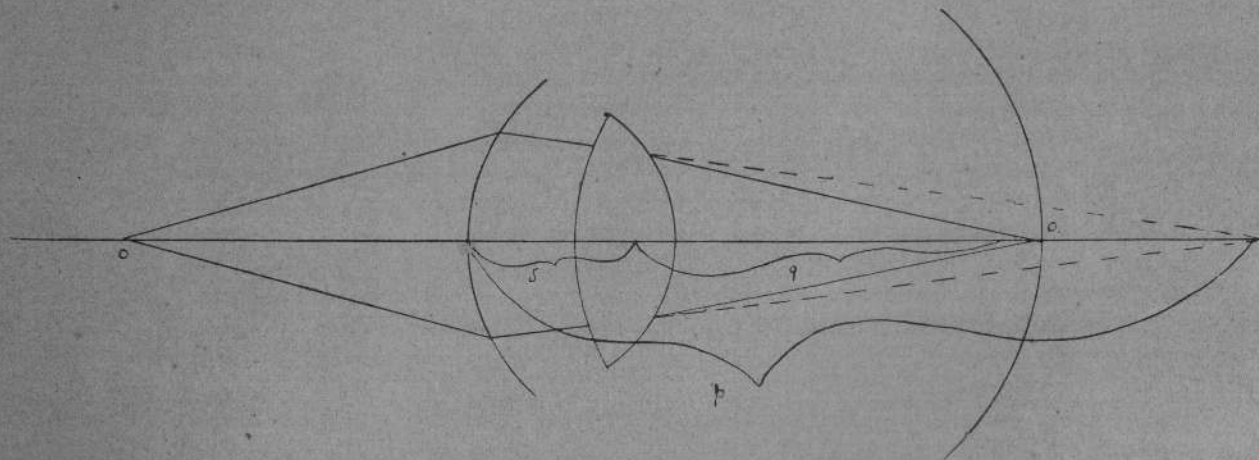


Fig. 4.

La misurazione della lunghezza dell'asse ottico può facilmente eseguirsi col metodo di Young, la misura della curvatura della cornea con l'oftalmometro, e

quella delle superfici del cristallino, con l'ottalmofacometro di Tscherning, che permette, come è noto, di determinare con una discreta approssimazione nell'occhio vivente i raggi di curvatura delle superfici del cristallino.

Per la profondità della camera anteriore è utile l'apparecchio ideato dal Contino.

Ottenute così le costanti diottriche dell'occhio in stato di riposo accomodativo, si possono determinare le stesse costanti durante uno sforzo di accomodazione.

Ad esempio: si vogliono conoscere le costanti diottriche di un occhio emmetropico durante uno stato accomodativo di 3 D, mentre cioè l'occhio fissa un punto situato alla distanza di 33 cm. dal vertice corneale.

Poichè la curvatura della cornea non subisce variazione alcuna durante l'accomodazione, basterà misurare la profondità della camera anteriore, i raggi di curvatura delle superfici lenticolari e lo spessore del cristallino.

Per conoscere la distanza focale del cristallino, si può ricorrere alla solita equazione:

$$\frac{1}{q} - \frac{1}{p-d} = \frac{1}{\varphi},$$

nella quale però  $p$  non rappresenta la distanza focale posteriore della cornea, ma la distanza fra il vertice corneale ed il piano nel quale si formerebbe l'immagine fornita dal diottero corneale, se non vi fosse in posto il cristallino.

Basta dare un'occhiata alla fig. 4 per rendersi conto esatto del calcolo.

Conosciuta pertanto la distanza focale del cristallino, si potrà calcolare l'indice totale del cristallino accomodato.

In un lavoro di prossima pubblicazione comunicherò i risultati ottenuti con i metodi sopra descritti.

#### BIBLIOGRAFIA

- FREYTAG. — *Vergleichende Untersuchungen ueber die Bréchungsindices der Linse und der flü-  
sigen Augenmedien des Menschen.* Wiesbaden, 1907.
- GULLSTRAND. — *Die optische Abbildung in heterogenen Medien und die Dioptrik der Krystal-  
linse des Menschen.* Kungl. Svenska Vetenskapsakademiens Handlingar. Bd. 43, N. 2, 1908.
- *Die reelle optische Abbildung.* Kungl. Sv. Vetensk. Handlingar, Bd. 41, No. 3, 1906.
- *Tatsachen und Fiktionen in der Lehre von der optischen Abbildung.* Arch. f. Optik, 1, s. 2, 1907.
- *Beitrag zur Theorie des Astigmatismus.* Skand. Arch. f. Physiol. II, s. 269, 1890.
- *Allgemeine Theorie der monochromatischen Aberrationen und ihre nächsten Ergebnisse für  
die Ophthalmologie.* Nova Acta Reg. Soc. Sc. Upsal. Ser. III, 1900.
- *Comment j'ai trouvé l'accomodation intracapsulaire du cristallin.* (Prix Nobel, 1912). Arch.  
f. Aug. Bd. LXXII, S. 189.
- *Die Constitution des im Auge gebrochenen Strahlenbündels.* Graef's Arch. LIII, 2, 1901.
- HEINE. — *Beitrag zur Physiologie und Pathologie der Linse.* Graef's Arch. Bd. 46, 1898. S. 524.
- HELMHOLTZ. — *Handbuch der physiologischen Optik,* 2. Auf., Leipzig, 1896. S. 99.
- MATHIESSEN. — *Ueber der schiefen Durchgang unendlich dünner Strahlenbündel durch die  
Krystalline des Auges.* Pflüger's Arch. f. ges. Physiol., XXXII, 1883.



- *Grundriss der Dioptrik geschichteter Linsensysteme.* Leipzig 1877.
- *Ueber das Gesetz der Zunahme des Brechungsindices innerhalb der Kristallinse der Säugthiere und Fische.* Graefe's Arch. XXXI, 1885.
- *Beiträge zur Dioptrik der Kristallinse.* Arch. f. vergl. Aug., V, 1887.
- SPECIALE. — *Sull'indice di rifrazione dei mezzi oculari dell'uomo e degli animali alla temperatura normale.* Clin. Ocul., 1912.
- TSCHERNING. — *Optique physiologique.* Carré et Naud Edit., Paris, 1858.
- TREUTLER. — *Die Refraktionsänderung durch Linsenentfernung und die « Optischer Constanten » des schematischen Auges.* Zeit. f. Aug., Bd. 5, 1901.
- WOLLASTON. — *A method of examining refractive and dispersive powers by prismatic reflections.* Philos. Trans., 1802.
- WOINOW. — *Ueber die Brechungscoefficienten der verschiedenen Linsenschichten.* Klin. Mon. f. Aug., XII, 1874.
- YOUNG. — *Oeuvres optalmologiques.* Copenhagen, 1894, p. 106-131.

59413







