



XViii. 6. 42. (16)

NUOVO METODO

PER

DETERMINARE LA LEGGE DI OSCILLAZIONE

DEI

DIAPASON

E

SUA APPLICAZIONE ALL'ACUMETRIA

NOTA

DEI

Prof. A. STEFANINI e G. GRADENIGO

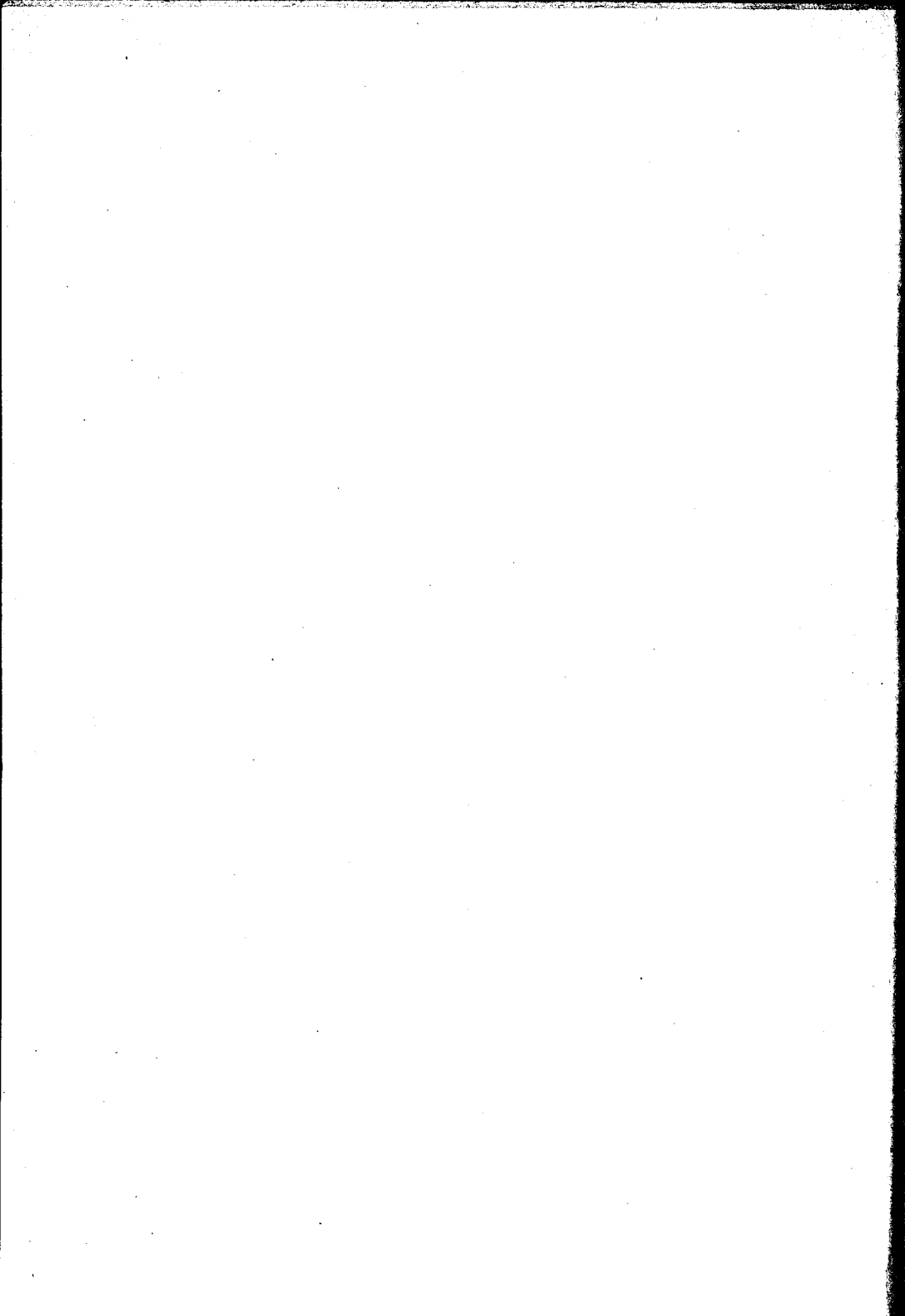
Estratto dal Nuovo Cimento, Serie V, Vol. XV
Fascicolo di Febbraio-Marzo 1908



PISA

DALLA TIPOGRAFIA PIERACCINI
1908



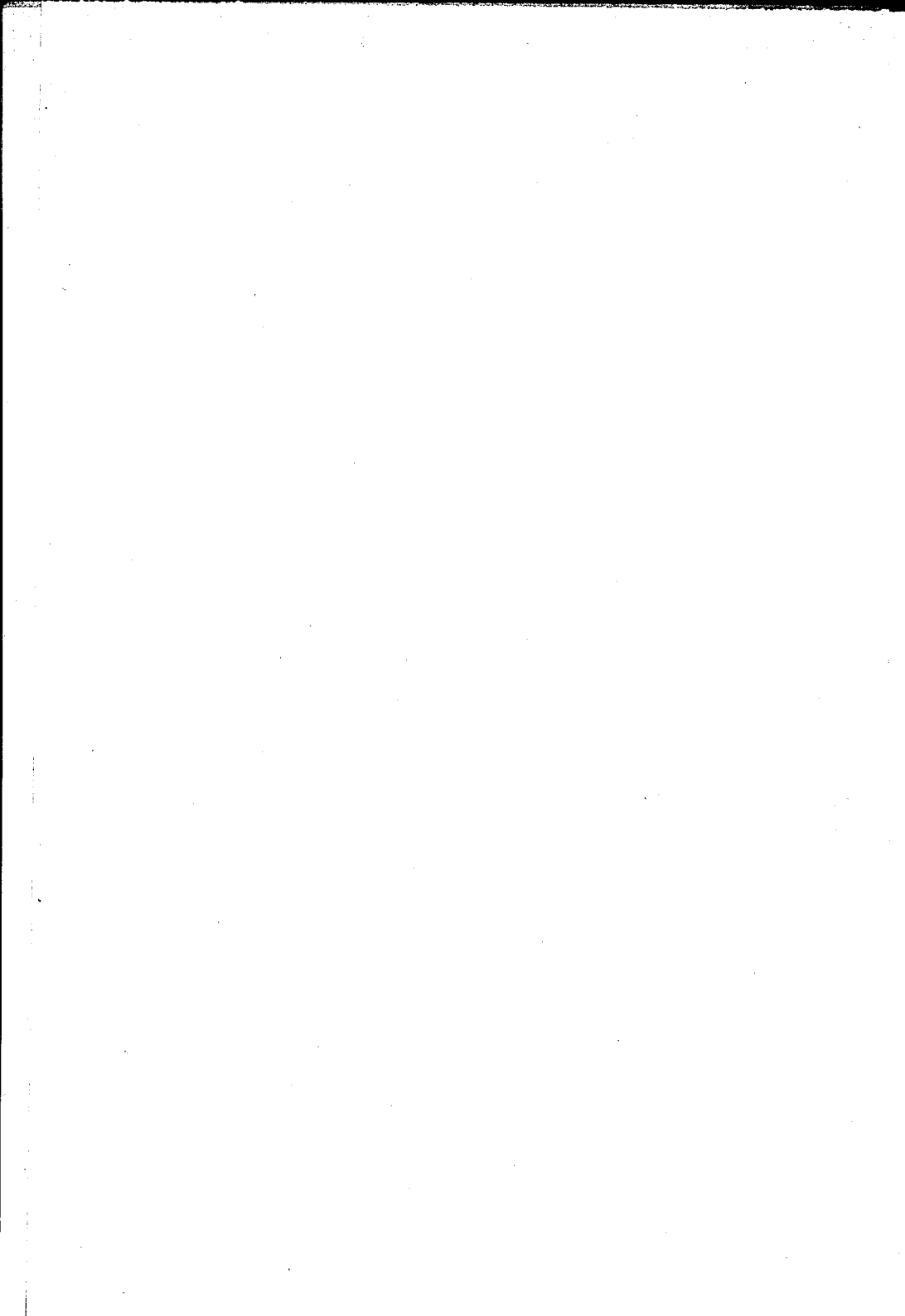


NUOVO METODO
PER
DETERMINARE LA LEGGE DI OSCILLAZIONE
DEI
DIAPASON
E
SUA APPLICAZIONE ALL'ACUMETRIA

NOTA
DEI
Proff. A. STEFANINI e G. GRADENIGO

Estratto dal Nuovo Cimento, Serie V, Vol. XV
Fascicolo di Febbraio-Marzo 1908

PISA
DALLA TIPOGRAFIA PIERACCINI
1908



NUOVO METODO PER DETERMINARE LA LEGGE DI OSCILLAZIONE DEI DIAPASON,
E SUA APPLICAZIONE ALL'ACUMETRIA.

Nota dei Proff. A. STEFANINI e G. GRADENIGO.

I.

1. Per quanto numerosi sieno stati i tentativi fatti finora per trovare un metodo pratico di acumetria coi diapason, nessuno, o per le difficoltà che presentano nell'esecuzione, o per le obiezioni cui vanno soggette le ipotesi sulle quali si fondano, ha pienamente corrisposto allo scopo.

Essendoci già da molto tempo separatamente occupati, con intenti diversi, dello studio dei diapason ¹⁾, noi abbiamo fatto in altre occasioni notare i difetti, che alcuni di quei metodi presentano; e perciò non riteniamo opportuno ripetere qui tutte le obiezioni, che possono sollevarsi ai metodi finora proposti e basterà che accenniamo alle principali, cui ciascuno di essi va soggetto.

Nel metodo Bezold-Edelmann ²⁾ si ammette per tutti i diapason una medesima curva di oscillazione, con decremento logaritmico variabile per tutti con una stessa legge; ma ciò mentre potrà esser vero per i diapason da 36 a 91,5 v. d. che furono adottati da Bezold e Edelmann nelle ricerche eseguite per determinare quella curva di oscillazione, che essi ritengono valida per tutti, è contraddetto dalle esperienze riferite nei nostri lavori sopra citati, e da quelle recentissime di Struycken ³⁾: il quale, per 11 diversi diapason da 64 a 1740 v. d. trova decrementi logaritmici variabili nel rapporto da 1 a 14.

1) G. Gradenigo, Arch. ital. di Otolog. etc., Vol. 16, p. 256, 1905; A. Stefanini, Atti R. Acc. Lucchese. Vol. 25, p. 307, 1889; N. Cimento, (3), 26 e 27, 1889.

2) Zeitsch. f. Ohrenh. 33, p. 174, 1898.

3) H. J. L. Struycken, Ann. der Physik. (4), 23, 1907.

Il metodo di Ostmann ¹⁾, ampiamente analizzato e discusso da uno di noi ²⁾, presenta incertezza nella determinazione dell'ampiezza di vibrazione corrispondente alla soglia normale, che, pei diapason acuti, non potendo essere determinata sperimentalmente, vien calcolata in base ad ipotesi non del tutto accettabili.

Anche il metodo di Quix ³⁾, che pure, facendo a meno della cognizione dell'ampiezza relativa alla soglia normale, segna un progresso sui precedenti, era finora applicabile solamente ai diapason, pei quali riusciva possibile determinare il decremento logaritmico delle oscillazioni.

Il metodo di Schmiegelow ⁴⁾ elimina la necessità di conoscere la curva di oscillazione, ma si fonda sull'ipotesi che l'intensità del suono vari in ragione inversa del quadrato delle distanze; e pel suono emesso dai diapason tal legge non si può ritenere verificata fino a distanze piccole come quelle, che occorrono nella pratica acumetrica.

Gli ultimi tre metodi ora accennati presentano poi la difficoltà di dover ogni volta imprimere al diapason la medesima ampiezza di oscillazione iniziale; e ciò, non ostante gli artifici suggeriti per eccitarli, non si può ottenere sempre in modo sicuro.

Pel confronto che da qualche tempo abbiamo intrapreso fra le misure del potere uditivo fornite dall'uso dei diapason, e quelle che si hanno con l'acumetro telefonico a solenoide neutro ⁵⁾ e con la voce, ci occorreva conoscere la legge di oscillazione dei diapason di qualunque tonalità; ed essendo, come si è detto, insufficiente a tale scopo il metodo ottico, abbiamo potuto conseguire il nostro intento, partendo dalle seguenti considerazioni teoriche, le quali ci hanno ancora condotto a un nuovo metodo di acumetria.

1) P. Ostmann, Ein objektives Hörmass, etc.; Wiesbaden, 1903; Arch. f. Ohrenh. 62, p. 60.

2) A. Stefanini, Arc. Ital. di Otol. etc. Vol. 16, pag. 323, 1905.

3) Quix, Zeitschr. f. Ohrenh. 47, p. 323, 1904.

4) E. Schmiegelow, Arch. f. Ohrenh. 47, p. 164.

5) A. Stefanini, Atti R. Acc. Lincei, 14, 1905; N. Cim. (5), 10, p. 65, 1905.

2. Il diapason che si vuol porre in vibrazione sia tenuto verticalmente, e le estremità inferiori delle due branche si trovino fra due carrucole opportunamente fissate. Al punto di mezzo di un filo che passa sulle carrucole, e che con due anse terminali circonda le branche del diapason, si attacchi un peso P (fig. 1).

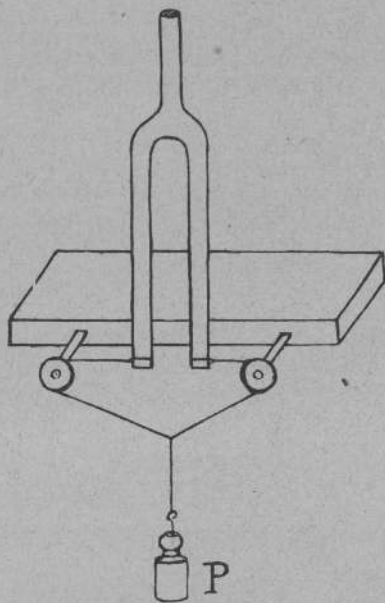


Fig. 1.

Per l'azione di questo peso, avendo cura che i tratti di filo, che dalle carrucole vanno alle branche, sieno ad esse perpendicolari, ogni branca sarà sollecitata dalla forza $\frac{P}{2}$, la quale determinerà uno spostamento a della branca dalla posizione di riposo, dato da

$$(1) \quad a = k \frac{P}{2},$$

essendo k una costante, che dipende dalla natura e dalle dimensioni del diapason.

Se ora si brucia il filo nel tratto verticale, il diapason resterà libero, e comincerà a vibrare con un'ampiezza iniziale a_0 doppia di a , ossia data da

$$(2) \quad a_0 = k P.$$

E se provvisoriamente ammettiamo che l'oscillazione del diapason segua la legge esponenziale semplice, per l'ampiezza a_1 dell'oscillazione al tempo t , dalla nota formola

$$(3) \quad a_1 = a_0 e^{-\alpha t}$$

avremo, per la (2):

$$(4) \quad a_1 = k P e^{-\alpha t}$$

ove α è il decremento logaritmico delle oscillazioni.

Se adunque per ogni peso P_n , che serve ad eccitare il diapason, si determina il tempo t_n , alla fine del quale il suono diviene *appena percettibile* per un orecchio normale, pel valore a_n dell'ampiezza di oscillazione che corrisponde alla *soglia normale dell'eccitazione* avremo

$$(5) \quad a_n = k P_n e^{-\alpha t_n}$$

Per una coppia qualunque P_r, P_s di pesi, e pei tempi t_r e t_s alla fine dei quali si raggiunge la soglia dell'eccitazione, si avrà

$$a_n = k P_r e^{-\alpha t_r} = k P_s e^{-\alpha t_s}$$

dalla quale si ricava

$$\frac{P_r}{P_s} = \frac{e^{-\alpha t_s}}{e^{-\alpha t_r}} = e^{\alpha(t_r - t_s)}$$

Da questa si ottiene finalmente

$$(6) \quad \alpha = \frac{\log_e P_r - \log_e P_s}{t_r - t_s}$$

3. Il vantaggio precipuo di questo nuovo metodo di eccitazione dei diapason consiste adunque in ciò, che mediante l'equazione (6), con mezzi semplicissimi, e cioè senza eseguire nessuna misura delle ampiezze, ma solamente misurando dei pesi e dei tempi, si può procedere alla ricerca del decremento logaritmico α delle oscillazioni, e verificare se esso si mantiene o no costante per un dato periodo di tempo.

La misura dei pesi non è soggetta ad errore: solamente occorre, nella esecuzione pratica del metodo, fare in maniera

che le anse del filo abbandonino subito le branche del diapason, senza strisciarevi o rimanervi sopra, appena è bruciato il filo che regge il peso; la misura dei tempi alla fine dei quali il suono ha raggiunto l'intensità appena percettibile, si può fare con esattezza sempre sufficiente, e un orecchio esercitato nelle ricerche acumetriche può eseguirla con grande precisione.

Altro vantaggio del metodo ora esposto è quello di poter esser applicato anche ai diapason che rendono le note più acute, e di servire alla determinazione del loro decremento logaritmico tenendoli a mano, senza fissarli a nessun sostegno, e quindi nelle stesse condizioni in cui vengono adoprati nelle ricerche cliniche.

Quest'ultimo vantaggio lo presenta anche il metodo proposto da Struycken ¹⁾, col quale, mediante una lente portata da una delle branche, si misura l'ampiezza di oscillazione su una microfotografia di una figura (analoga a quella di Gradenigo) fissata all'altra branca. Ma oltre la complicazione che in tal modo ne risulta nella costruzione dei diapason, il metodo di Struycken è applicabile soltanto fino al do_3 ; mentre il nostro metodo è applicabile ai diapason quali si adoperano comunemente, e si estende fino a qualunque tonalità.

Più recentemente lo Struycken ²⁾ ha proposto un nuovo metodo ottico, il quale, per mezzo di uno specchietto messo in oscillazione da esilissime molle fissate alle branche, permette di estendere le misure anche a diapason più acuti. Ma tal metodo, anche astraendo dalle difficoltà che presenta nell'esecuzione, altera certamente il modo naturale di vibrazione delle branche, per la resistenza che viene opposta dallo specchietto, e richiede che il diapason sia fissato a un sostegno.

4. Per stabilire la (6) si è però ammesso che le oscillazioni del diapason seguano la legge esponenziale semplice (3)

$$a_t = a_0 e^{-\alpha t},$$

con decremento logaritmico α costante.

1) Zeitsch. f. Ohrenh. 46, p. 378, 1904.

2) Ann. der Physik, (4), 23, p. 643, 1907.

Ora tal legge non è stata mai verificata per tutta quanta la curva di oscillazione, che si ha a partire da un'ampiezza a_0 di grandezza misurabile, fino a quella che corrisponde alla soglia dell'eccitazione.

Ma ciò non infirma per nulla la validità del metodo proposto; poichè, se il decremento logaritmico α non è costante per tutta quanta la curva di oscillazione, si potrà sempre dividere tal curva in un conveniente numero di porzioni, per ciascuna delle quali la (3) si possa ritenere applicabile con un particolare valore di α , che si potrà facilmente determinare.

Ed inverso, sia AM la curva che (fig. 2), per un dato diapason, rappresenta la durata di oscillazione t in funzione del

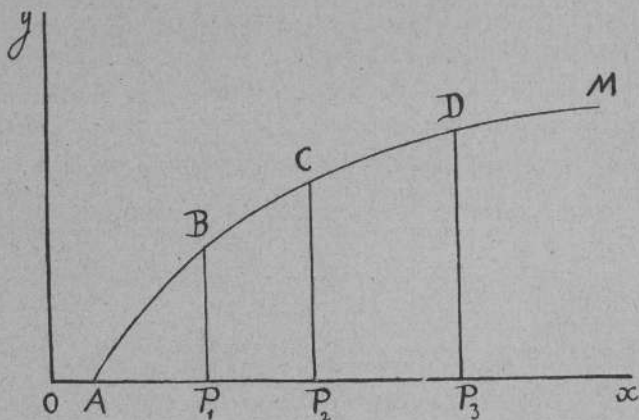


Fig. 2.

peso eccitatore P , e dividiamola nei segmenti AB, BC, CD,.... Esperimentando con pesi crescenti da 0 a P_1 , determineremo il valore di α corrispondente al tratto AB, e in questa determinazione terremo sempre il diapason ad una data distanza Oa dall'orecchio (fig. 3). Fatto ciò, determineremo per tenta-

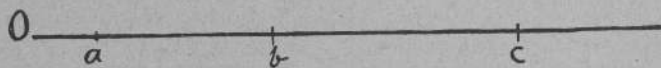


Fig. 3.

tivi a qual distanza Ob dall'orecchio dovremo tenere il diapason, perchè, eccitato col peso P_1 , il suono sia percepito per

1 secondo soltanto (sia cioè appena percettibile), e tenendo di poi il diapason sempre alla distanza Ob , faremo crescere i pesi da P_1 a P_2 , per determinare per mezzo della (6) il valore di α pel tratto BC della curva. E così procederemo per gli altri tratti CD , DE

Vedremo peraltro che per l'applicazione di questo metodo nelle ricerche audiometriche, tal suddivisione della curva di oscillazione non è necessaria.

5. Nell'esecuzione pratica del metodo si può eccitare il diapason in due modi.

Uno, che chiameremo di *eccitazione doppia*, è quello sopra descritto (fig. 4); l'altro consiste nel tenere il diapason

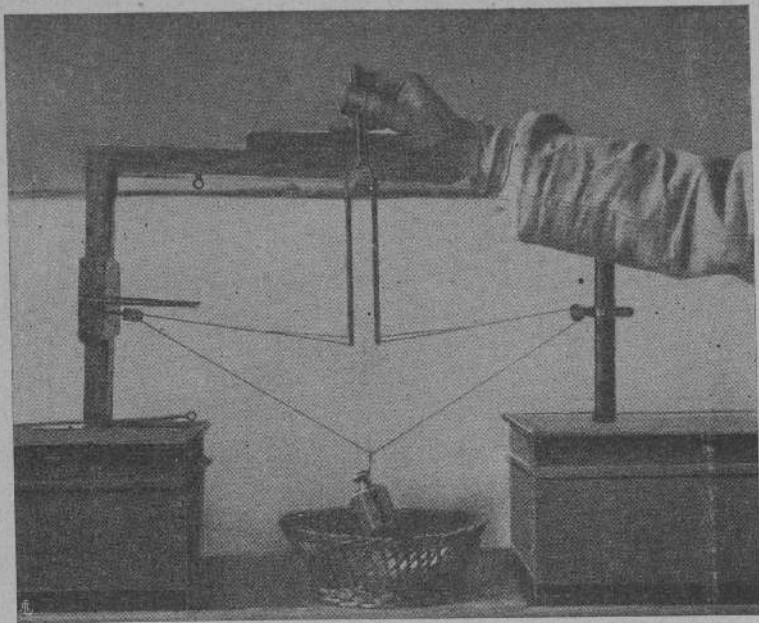


Fig. 4.

orizzontalmente, con una branca al di sopra dell'altra, e nell'attaccare il peso con un filo alla branca inferiore (fig. 5). Bruciando il filo, si ha l'eccitazione.

Questo secondo metodo è più comodo e più sollecito; ma si presenta teoricamente meno esatto del precedente, perchè

una parte dell'energia rappresentata dal peso si perde per trasmettere la vibrazione dalla branca inferiore alla superiore.



Fig. 5.

Difatti, per pesi uguali la durata del suono è maggiore per l'eccitazione col primo metodo, che per l'*eccitazione semplice* ora accennata.

Ma il calcolo del decremento logaritmico delle oscillazioni mostra che il valor medio di α differisce ben poco da un metodo all'altro. Ciò starebbe a significare che dell'energia impiegata ad eccitarlo, la frazione che determina l'oscillazione del diapason, nell'eccitazione semplice non dipende dal peso eccitatore.

6. Per verificare se ciò ha luogo realmeate, abbiamo fatto alcune misure, sia direttamente col microscopio, sia facendo riflettere su uno schermo lontano la luce, che da una sottile fenditura cade su uno specchietto fissato al diapason. Nelle

osservazioni col microscopio si è fatto uso del noto metodo del punto luminoso che si osserva con la luce, che attraversa i piccolissimi fori di una foglia d'alluminio distesa su un frammento di vetro copri-oggetto fissato all'estremità di una delle branche. Coll'uno o coll'altro metodo si determinava, cioè, da prima lo spostamento statico dalla posizione di riposo prodotto da un peso attaccato con un filo ad una sola branca del diapason, che era fissato solidamente ad un sostegno (eccitazione semplice), e poi l'ampiezza dell'oscillazione che compie il diapason appena bruciato il filo.

Se si fa l'osservazione col microscopio, si nota fra quali divisioni del micrometro oculare si compie l'oscillazione appena la branca resta liberata dal peso, e si ha così la misura di quella, che può chiamarsi l'ampiezza iniziale di oscillazione.

Con l'altro metodo si fa cadere la luce riflessa su uno schermo di carta lucida, e si segnano col lapis sulla carta da prima la posizione del fascio luminoso corrispondente allo spostamento statico, e poi le posizioni estreme che assume il fascio riflesso, appena il diapason entra in vibrazione. L'ampiezza iniziale dell'oscillazione si può così misurare con tutta comodità; mentre riescirebbe meno esatto leggerla su una scala disegnata sullo schermo.

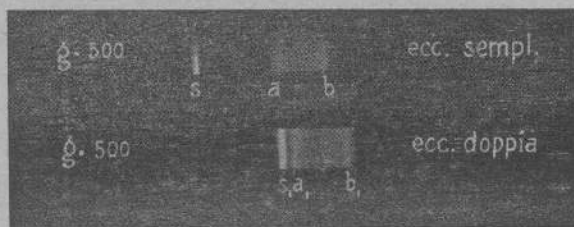


Fig. 6.

La fig. 6 riproduce la fotografia di ciò che si osserva in questo modo sullo schermo. Tale fotografia è stata ottenuta sostituendo al foglio di carta una lastra fotografica, che si scopre per un istante da prima quando il peso è attaccato al filo, per fissare lo spostamento statico s , e poi a pena bruciato il filo, per fissare l'ampiezza iniziale ab dell'oscillazione.

Con ambedue questi metodi si trova che per l'eccitazione semplice l'ampiezza iniziale di oscillazione è molto minore del doppio dello spostamento statico; ma si riconosce che, al variare del peso, essa si mantiene sensibilmente proporzionale a tale spostamento.

Abbiamo anche confrontato fra loro le ampiezze iniziali di oscillazione, che si hanno provocando con uno stesso peso la vibrazione di un medesimo diapason, sia coll'eccitazione doppia, sia con quella semplice.

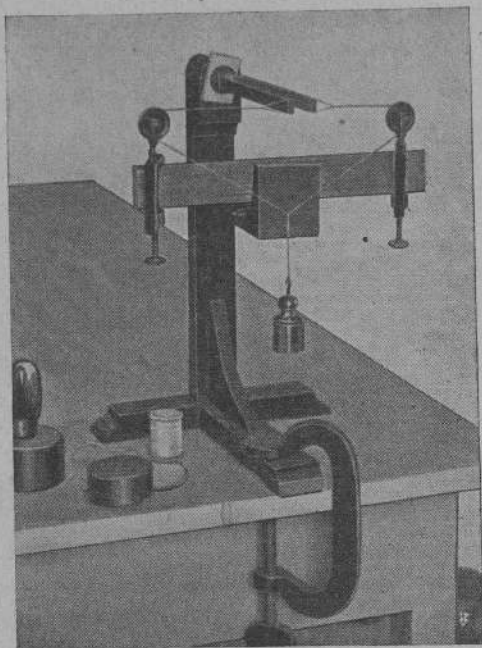


Fig. 7.

Per potere eseguire sollecitamente tale confronto, al di sotto del diapason, che è fissato orizzontalmente ad un sostegno, sta una tavoletta che porta due carrucole, fra le quali vengono a trovarsi le estremità delle branche. Se si vuole esperimentare con l'eccitazione doppia, il peso si attacca al punto di mezzo del filo, che ha le due anse attorno alle due branche (fig. 7); per l'eccitazione semplice il filo è ad una

sola ansa, e da quella delle branche cui è fissato lo specchietto, va alla carrucola corrispondente.

Fotografando le oscillazioni del diapason nel modo dianzi indicato, o meglio ancora su una pellicola che scorre di contro a una sottil fenditura (collo stesso metodo seguito altra volta) ¹⁾ si riconosce che con l'eccitazione doppia l'ampiezza iniziale è, per ciascuna branca, prossimamente uguale al doppio dello spostamento statico che essa ha subito dalla posizione di riposo quando agisce il peso; vale a dire che non vi è quasi alcuna differenza fra ampiezza iniziale di oscillazione e spostamento statico: ciò che giustifica quanto si suppose nello stabilire la (2), cioè che tutta l'energia messa in azione, col metodo dell'eccitazione doppia, vada impiegata nel produrre la vibrazione delle branche.

Per l'eccitazione semplice, lo spostamento statico differisce molto, come già dicemmo, dall'ampiezza iniziale dell'oscillazione; ma, sia le misure eseguite al microscopio o sullo schermo, sia il confronto fra le fotografie che riproduciamo nelle fig. 8 e 9, mostrano che nell'eccitazione semplice l'am-



Fig. 8.

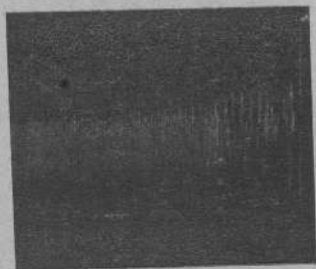


Fig. 9.

1) A. Stefanini, Atti R. Acc. Lucch. Vol. 25, p. 307, 1889; N. Cimento. (3), 26 e 27, 1889.



piezza iniziale di oscillazione è di ben poco inferiore a quella, che per lo stesso peso si ha con l'eccitazione doppia.

Dalle fotografie riprodotte nelle fig. 8 e 9, si vede come le prime oscillazioni che il diapason compie appena liberato dal peso, sieno molto irregolari, specialmente nell'eccitazione semplice. Soltanto dopo circa 1 sec. le oscillazioni assumono quella regolarità, che permetterebbe di misurarne l'ampiezza ¹⁾.

Ecco ora ciò che abbiamo trovato con le misure eseguite su alcuni diapason.

Osservazioni al microscopio

(una div. del microm. oculare vale mm. 0,022).

Eccitazione semplice.

Diapason 128 v. d. del Liceo di Lucca.

Peso	spost. statico	amp. iniziale
g. 250	mm. 0,143	mm. 0,066
» 500	» 0,283	» 0,138
» 1000	» 0,570	» 0,265

Diapason sol, 384 v. d. di Edelmann

(quello stesso cui si riferisce la tab. 3).

g. 250	mm. 0,085	mm. 0,022
» 500	» 0,170	» 0,038
» 1000	» 0,335	» 0,080

Eccitazione doppia.

Diapason do₁ 64 v. d.

g. 250	mm. 0,242	mm. 0,418
--------	-----------	-----------

1) Poichè non interessava qui far misure esatte delle successive ampiezze, si è fatta scorrere la pellicola con piccola velocità, onde avere in poco spazio la fotografia per circa 2 sec.

Osservazione con luce riflessa su uno schermo.

Diapason 96 v. d. (il sol, S usato nelle ricerche del 1889).

Peso in grammi	Eccitazione semplice		Eccitazione doppia	
	spost. stat.	amp. iniziale	spost. stat.	amp. iniziale
250	5,50	4,—	2,75	4,—
500	11,—	7,8	5,50	8,—

7. Pel confronto fra il metodo attuale di eccitazione, ed uno degli altri prima d'ora spesso adoprati, riproduciamo una delle molte fotografie che uno di noi eseguì in occasione di altre ricerche ¹⁾, col metodo che più recentemente è stato proposto, sotto il nome di *cinematografia lineare*, da Jacobson e Cowl ²⁾.



In tale fotografia (fig. 10) son fissate le ampiezze di oscillazione che, di secondo in secondo, si avevano con un diapason, che era eccitato portando via rapidamente di fra le branche una tavoletta che le teneva divaricate. Anche quella era un'eccitazione doppia; ma si vede che con tale eccitazione, l'ampiezza *ab* dell'oscillazione, che il diapason compie alla fine del primo secondo da che è stato lasciato libero di vibrare, non corrisponde più allo spostamento statico *s*.

8. Da quanto abbiamo qui esposto risulta adunque, che si potrà usare anche il 2° metodo, di *eccitazione semplice*, senza errore sensibile. Anzi, noi riteniamo che per i diapason, che nella pratica acumetrica si

Fig. 10.

1) A. Stefanini, Atti R. Acc. Lincei. 25, p. 307, 1889; N. Cim. (3), 26 e 27, 1889.

2) Jacobson e Cowl, Arch. für Anatom. u. Physiol. 1903.

eccitano battendoli su un sostegno fisso, il campionamento coi pesi debba farsi col secondo metodo, che più si avvicina al modo col quale si eccitano nelle ricerche cliniche; per quelli che si eccitano avvicinando fra loro colle dita le branche e poi lasciandole libere, il campionamento si farà col primo metodo.

Pei diapason molto bassi, ad evitare che i pesi un po' forti, che si richiedono per farli vibrare a lungo, non li deformino permanentemente, sarà bene variare l'eccitazione in modo da produrre un avvicinamento anzi che un allontanamento delle branche.

9. Per determinare, col metodo esposto, la legge di oscillazione di un diapason, e tracciare poi la curva, che rappresenta la relazione fra peso eccitatore e durata del suono, converrebbe adoprare una serie di pesi, tali che ciascuno fosse sempre il doppio del precedente. Se fosse valida la (3), gli aumenti successivi della durata del suono, passando da un peso al seguente, dovrebbero esser costanti. Le divergenze da questa legge si renderebbero quindi senz'altro manifeste.

Ma per evitare il caso che la cognizione preventiva della legge non influisse sull'apprezzamento dei tempi, nelle prime esperienze fatte da uno di noi (prof. Gradenigo) per riconoscere se il metodo si prestava o no a dare risultati attendibili, i pesi eccitatori furono scelti in modo che non formassero una progressione geometrica; di modo che non si poteva prevedere quali dovessero essere le durate corrispondenti del suono. Inoltre tutte le determinazioni furono controllate facendo ascoltare il suono ad un'altra persona coscenziosa e abile nello sperimentare, ma che non conosceva la legge che si trattava di verificare, e la quale, senza osservare il cronometro, indicava con un cenno l'istante in cui cessava di udire il suono.

E le determinazioni eseguite da persone diverse su un medesimo diapason, hanno poi mostrato che il metodo proposto fornisce sempre risultati conformi alla teoria.

10. Un'avvertenza importantissima dobbiamo fare riguardo all'esecuzione pratica del metodo: ed è che riesce difficile deter-

minare con esattezza la durata del suono portando il diapason vicino all'orecchio della persona che ascolta; perchè una piccola differenza nella distanza o nella posizione delle branche, porta differenze notevoli di tempo. Provammo perciò ad ascoltare il suono mediante un tubo di gomma, terminante da una parte con un'oliva da porsi nell'orecchio, e dall'altra con un piccolo imbuto, ed ottenemmo risultati più concordanti in prove successive. Ma anche un lieve spostamento dell'oliva entro il condotto uditivo, può riuscire molto nocivo. Il dottor J. Tommasi di Lucca, che ci ha coadiuvato nel campionamento di alcuni diapason, ha sostituito con molto vantaggio all'oliva un tubetto di vetro lungo circa 5 cm.; con gli orli arrotondati alla fiamma, che penetri di alcuni millimetri nel condotto uditivo, e che col tubo di gomma comunichi o coll'imbuto di cui si è detto sopra, o con altro tubetto di vetro uguale, fissato ad un sostegno. Tenendo con una mano il primo tubetto fisso nell'orecchio, e avvicinando una branca del diapason all'altro tubetto, o all'imbuto, sempre nelle stesse condizioni di posizione e di distanza, si hanno i migliori risultati.

Questo procedimento non è però applicabile ai diapason acuti e a quelli molto bassi, pei quali l'ascoltazione deve eseguirsi direttamente avvicinando il diapason all'orecchio.

Devesi poi avvertire, che occorre abituare l'orecchio a questo genere di ricerche, eseguendo dapprima almeno due determinazioni con un peso, che dia una durata di circa 15 o 20 secondi; ma devesi anche evitare la stanchezza, e ciò sia avvicinando il diapason al tubo raccoglitore ad intervalli, per lasciarvelo fisso soltanto quando sta per cessare il suono, sia togliendo il tubo di vetro dall'orecchio negli intervalli da una determinazione ad un'altra.

Quando l'orecchio è stanco i giudizi sono sempre errati, come si riconosce dal fatto che in tal caso le durate per un dato peso sono quasi uguali, o talvolta inferiori, a quelle trovate per un peso minore. Giova allora sospendere il campionamento, per riprenderlo dopo un sufficiente riposo, o anche in giorni successivi.

11. Fra le tante esperienze eseguite, ne riferiamo qui alcune, scelte fra quelle che sono relative ai diapason di tonalità bassa, media e acuta. I valori segnati per i tempi t sono ottenuti facendo la media di quelli trovati ripetendo più volte la determinazione per un medesimo peso; essi, come si vede nei casi in cui abbiamo riferito i singoli valori dai quali si è ottenuta la media definitiva, sono sempre ben concordanti fra loro. È inutile avvertire che nel calcolo della media non si deve tener conto dei valori di t , che o per un rumore accidentale, o per qualsiasi altro inconveniente, appaiono evidentemente inattendibili.

Chi conosce la difficoltà, che si ha nell'assegnare l'istante in cui il suono sta per cessare, specialmente pei diapason acuti, nei quali in prossimità dell'estinzione vi è un lungo periodo di tempo in cui il suono si mantiene d'intensità apparentemente costante, giudicherà meglio di ogni altro la concordanza fra la teoria e i risultati sperimentali.

TABELLA I.

Diapason sol 192 v. d. di Edelman, tenuto a mano.
Eccitazione semplice. Ascoltazione diretta.

Pesi in grammi	Durata del suono in secondi				Media	Valori teorici
5	25	35	32	32	31	34
10	50	50	47		49	47
20	55	57	58	60	57,5	60
50	82	80			81	78
100	87	86	95	100	92	91
200	107	105	117	116	111	104
500	120	128	123		124	122
1000	138	139			138,5	135
2000	145	144			144,5	148

Decremento logaritmico $\lambda = 0,02278$.

Peso corrispondente alla soglia $\pi = g. 0,87$.

TABELLA 2.

Diapason do' 256 v. d. di Edelmann, tenuto a mano.

Eccitazione semplice. Ascoltazione diretta.

Pesi in grammi	Durata media del suono	Valori teorici	Pesi in grammi	Durata media del suono	Valori teorici
5	9"	8,2	160	27"	29,7
10	14	12,5	320	32	34,—
20	17	16,8	640	38,5	38,3
40	20	21,1	1280	43	42,6
80	23	25,4	2560	47	46,9

Decremento logaritmico $\lambda = 0,0700$.

Peso corrispondente alla soglia $\pi = g. 1,56$.

TABELLA 3.

Diapason sol' 384 v. d. di Edelmann, fissato ad un sostegno.

Eccitazione doppia. Ascoltazione con tubo ad imbuto.

Pesi in grammi	Durata del suono in secondi	Media	Valori teorici
2	15 16	15,5	15
5	19 20	19,5	22
10	27 27	27	27
20	33 31	32	32
100	48 48	48	45
500	58	58	58
1000	65 58	61,5	63
2000	65 67	66	68

Decremento logaritmico $\lambda = 0,0566$.

Peso corrispondente alla soglia $\pi = g. 0,34$.

TABELLA 4.

Diapason do² 512 v. d. — Eccitazione semplice.

Pesi in grammi	Durata del suono			Media	Valori teorici
Diapason tenuto a mano					
2,5	50	50	53	52	57,1
5	77	76	75	76	71,4
10	82	90	86	86	85,7
20	107	101	95	100	100
40	112	115	118	115	114,2
80	120	121	124	121,6	128,5
160	146	145	141	144	142,8
320	157	151	160	156	157,1
640	169	170	177	172	171,4
1280	193	176	174	181	185,7
2560	194	196		195	200

Decremento logaritmico $\lambda = 0,02107$.Peso corrispondente alla soglia $\pi = 0,16$.

Diapason montato su cassa di risonanza

2,50	14	16	15	15	15	12,5
5	18	20	18		18,6	16,2
10	22	21	23		22	19,9
20	28	27	25	28	27	23,6
40	25	26	26	30	27	27,3
80	30	28	30		29,3	31
160	33	33	34		33,3	34,7
320	38	40	35		37,7	38
640	39	39	42		40	41,7
1280	44	42	42		42,7	46

Decremento logaritmico $\lambda = 0,081$.Peso corrispondente alla soglia $\pi = 0,20$.

TABELLA 5.

Diapason dov 2048 v. d. di Weisbach, tenuto a mano.

Eccitazione semplice. Ascoltazione diretta.

Pesi in grammi	Durata del suono in secondo	Media	Valori teorici
10	8 11	9,5	8
50	21 19	20,—	21
100	25 27	26,—	27
200	31	31,—	33
500	43 40	41,5	40,5
1000	48 47	47,5	46,5

Decremento logaritmico $\lambda = 0,05107$.

Peso corrispondente alla soglia $\pi = g. 4,39$.

TABELLA 6.

Diapason soliv 3072 v. d. di Weisbach, tenuto a mano.

Eccitazione semplice.

Pesi in grammi	Durata del suono	Valori teorici	Pesi in grammi	Durata del suono	Valori teorici
50	8,5	8,5	500	18	16,8
100	12	11,—	1000	19,5	19,3
200	12	13,5			

Decremento logaritmico $\lambda = 0,12041$.

Peso corrispondente alla soglia $\pi = g. 6,25$.

TABELLA 7.

Diapason fav' diesis, 2860 v. d. tenuto a mano.

Eccitazione unica. Autoascoltazione diretta.

Pesi in grammi	Durata del suono in secondi			Media	Valori teorici
5	5	5		5	4,6
10	6	5,5		5,75	6
20	9	8	8	8,12	7,4
100	10	10	10 10	10	10,6
200	12	11,75	11,5	11,75	12,—
500	14	15	15	14,66	13,8
1000	15,75	16,75	16	16,16	15,2
2000	16,5	16,5		16,50	16,50

Decremento logaritmico $\lambda = 0,21914$.Peso corrispondente alla soglia $\pi = g. 0,80$.

TABELLA 8.

Diapason dov 4096 v. d. di Weisbach, tenuto a mano.

Eccitazione semplice. Ascoltazione diretta.

Pesi in grammi	Durata media del suono in secondi	Valori teorici
50	3	2,70
100	3,5	3,65
200	4,5	4,60
500	5,5	5,80
1000	7	6,75

Decremento logaritmico $\lambda = 0,32124$.Peso corrispondente alla soglia $\pi = g. 14,1$.

12. Dai dati sperimentali ottenuti [come sopra si è detto, si potrebbero calcolare, mediante la (6), i valori di α per ciascun diapason, accoppiando a due a due le determinazioni eseguite, e si potrebbe in tal modo riconoscere se il decremento logaritmico si mantiene o no costante per tutta la serie dei pesi adoprati.

Ma si può evitare la noia di tali calcoli, rappresentando graficamente i risultati ottenuti; riportando, cioè, su carta millimetrata, come ascisse i logaritmi dei pesi, e come ordinate le corrispondenti durate del suono.

Se la (5) fosse applicabile a tutta la serie dei pesi con un medesimo valore di α , tutti i punti così ottenuti dovrebbero trovarsi sopra una retta.

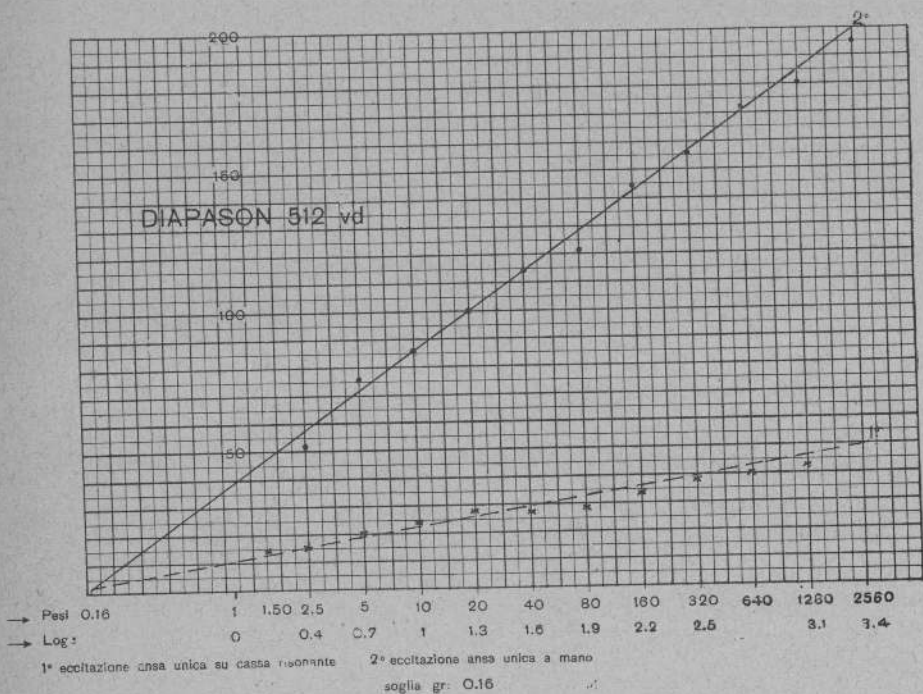


Fig. 11.

In pratica, invece, come mostra la figura 11 che si riferisce ad uno dei campionamenti sopra riportati (e precisamente

a quello relativo alla tabella 4), si trova che i punti sperimentali non sono mai tutti quanti in linea retta; ma si vede che per tutti i diapason vi è sempre una retta, attorno alla quale si dispongono, con sufficiente approssimazione, i punti sperimentali: ed essa ci darà, col suo coefficiente angolare, il valor medio di α .

Invece dei logaritmi neperiani, si potranno usare i logaritmi volgari a base 10, come si è fatto nelle tabelle 1 a 8; e allora dalla retta anzidetta si ha per ciascun diapason il decremento logaritmico medio

$$(7) \quad \lambda = \frac{\log_{10} P_n - \log_{10} P_1}{t_n - t_1},$$

che è stato riportato in fondo a ciascuna tabella.

Il valore di α della (3) sarà poi dato da

$$(7') \quad \frac{\lambda}{\log_{10} e} = 2,3026 \lambda.$$

Osservando poi, sulla carta millimetrata, i punti pei quali passa la retta logaritmica, o anche mediante la (7), si potrà vedere quali valori di t corrispondano ai singoli pesi adoprati od anche ad un peso qualunque non compreso nella serie di quelli adoprati, nell'ipotesi che lo smorzamento delle oscillazioni si compia secondo la legge espressa dalla (3) con α costante. Tali valori, pei diapason di cui abbiamo riferito il campionamento, sono segnati nelle tabelle 1 a 8 nella colonna intestata *valori teorici*. Dal confronto di tali valori con le medie sperimentali, si riconosce che l'accordo fra esperienza e teoria non si poteva sperare migliore.

Dalla fig. 11 si vede come sia grande la differenza nel decremento delle oscillazioni di uno stesso diapason, a seconda che si sostiene a mano o si fissa sulla sua cassa di risonanza.

13. Se uno stesso diapason vien campionato da diverse persone, è naturale che le rette logaritmiche proprie a ciascuno sperimentatore saranno distinte, sia per la diversa acuità uditiva, sia per le diverse condizioni dell'ambiente in cui si

fece il campionamento. Ma poichè la retta, che rappresenta i tempi in funzione dei logaritmi dei pesi, col suo coefficiente angolare dà il valore del decremento logaritmico delle oscillazioni, e questo, per uno stesso diapason, sempre tenuto allo stesso modo, deve esser lo stesso, se ne deduce che quelle rette dovranno esser fra loro parallele. Ciò, infatti, è mostrato dalle tabelle 9, 10 e 11 e dalla figura 12 relativa alla tabella 10.

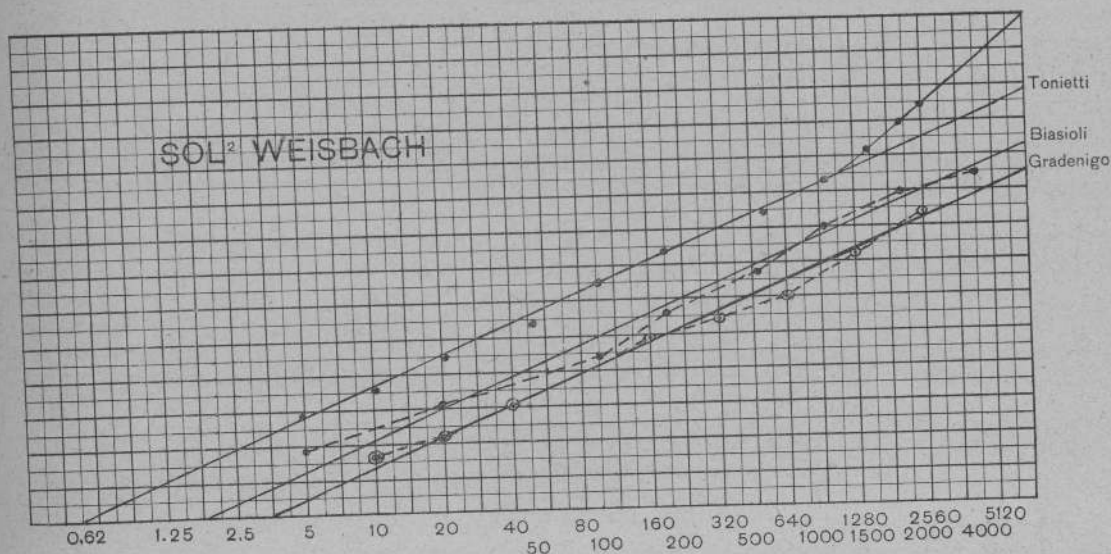


Fig. 12.

Le tabelle 9 e 10 si riferiscono al campionamento del diapason do' 256 v. d., e sol² di 768 v. d. eseguiti da tre diverse persone a Torino; e la tabella 11 è relativa al diapason do² di 512 v. d. su cassa di risonanza, il cui campionamento è stato eseguito in Lucca da uno di noi e dal dott. Tommasi.

Confronti di campionamenti eseguiti da diverse persone.

TABELLA 9.

Diapason do' 256 v. d. di Edelmann, tenuto a mano.

Eccitazione semplice.

Pesi in gr.	Durata del suono in secondi						
	I. Prof. Gradenigo		II. Sig. a Gradenigo		III. Cap.no Tonietti		
	ascolt. diretta		ascolt. diretta		ascoltazione con tubo		
	Media	Valori teorici	Media	Valori teorici	Valori singoli	Media	Valori teorici
2,5	9	8,5	—	—	—	—	—
5	11,5	12,8	9	8,2	—	—	—
10	13,5	17,1	14	12,5	5 6 7	6	3,1
20	19,4	21,4	17	16,8	8,5 8,5	8,5	7,4
40	24	25,7	20	21,1	13,5 13,5 12 11 10 12	12	11,7
80	28	30	23	25,4	15 15 14 16	15	16, —
160	34,5	34,3	27	29,7	15 16 18 15 15 20 17	16,6	20,3
320	37,7	38,6	32	34, —	25 24 25,5	24,8	24,6
640	41,5	42,9	38,5	38,3	31 27 31	29,7	28,9
1280	45,5	47,2	43	42,6	33,5	33,5	33,2
2560	52	51,5	47	46,9	38 37	37,5	37,5

Decremento logaritmico comune a tutte le determinazioni
 $\lambda = 0,07$.

Pesi corrispondenti alle soglie:

$$\pi_1 = g. 0,75$$

$$\pi_2 = g. 1,56$$

$$\pi_3 = g. 7,12$$

TABELLA 10.

Diapason sol² 768 v. d. di Weisbach, tenuto a mano.

Eccitazione unica.

Pesi in grammi	Durata del suono in secondi					
	I. Sig.a Toniatti		II. Sig.a Biasioli		III. Prof. Gradenigo	
	Media	Valori teorici	Media	Valori teorici	Media	Valori teorici
20	45	45	32	30	21	21,25
40					30	30
50	54	56,25				
100	65	65	44	50		
160					49	47,5
200	74	73,75	56	58		
320					54	56,25
500	85	85,2	67	70		
640					60	65
1000	94	94	80	78,75		
1280					72	73,75
1500	101	98				
2000	110	103	90	87,5		
2560					84	82

Decremento logaritmico comune $\lambda = 0,03454$.

Pesi corrispondenti alle soglie:

$$\pi_1 = 0,62$$

$$\pi_2 = 2,05$$

$$\pi_3 = 4,18$$

TABELLA II.

Diapason do_2 512 v. d. su cassa di risonanza.

Eccitazione semplice.

Pesi in gr.	I. Prof. Stefanini			II. Dott. Tommasi		
	Valori singoli	Media	Valori teorici	Valori singoli	Media	Valori teorici
2,5				14 16 15 15	15	12,5
5	24 24	24	23,5	18 20 18	18,6	16,2
10	30 28 28 28	28,5	27,2	22 21 23	22	19,9
20	30 32 32	31,3	30,9	28 27 25 28	27	23,6
40	35 36	35,5	34,6	25 26 26 28 30	27	27,3
80	39 40	39,5	38,3	30 28 30	29,3	31,0
160				33 33 34	33,3	34,7
320				38 40 35	37,7	38,0
640				39 39 42	40	41,7
1280				44 42 42	42,7	46

Decremento logaritmico $\lambda = 0,081$.

Pesi corrispondenti alle soglie:

$$\pi_1 = 0,077$$

$$\pi_2 = 0,29.$$

14. L'esame dei risultati ottenuti col nostro metodo per molti diapason, ci porta a concludere che il decremento logaritmico, per la massima parte di essi, si deve ritenere costante, almeno fino a pesi eccitatori che non superino 1 Cg.

Ciò concorda con quanto è stato trovato da Struycken ¹⁾ pei diapason tenuti a mano, con le branche pendenti verticalmente in basso, e per ampiezze di oscillazioni piccolissime. E se osserviamo che anche nelle attuali nostre esperienze le ampiezze di oscillazione, per pesi non superiori a 2 Cg. si mantengono molto piccole ²⁾ si riconosce che l'accennata costanza del decremento logaritmico non è in contraddizione nè con quanto fu da noi altra volta trovato, nè con quanto risulta dalle esperienze di Hartmann-Kempf ³⁾. Infatti, nelle nostre esperienze precedenti, le ampiezze di oscillazione, o per adoperare il diapason in modo da poterne ascoltare il suono alla distanza di circa 1 metro, o per poter esser misurate con la figura Gradenigo, o per poter esser fotografate, erano sempre superiori a 2 o 3 mm. (e arrivavano, in quelle dell'Hartmann-Kempf a 7 mm.). Per di più, nelle esperienze eseguite col metodo fotografico i diapason dovevano esser fissati solidamente a un sostegno, e ciò influisce notevolmente sulla legge di oscillazione, sia perchè si impedisce la vibrazione libera del gambo del diapason, sia perchè l'energia impiegata nella eccitazione si disperde anche per mezzo del sostegno.

Ma anche con questo nuovo metodo da noi proposto, quando il peso eccitatore determina un'ampiezza iniziale un po' grande, come avviene pei diapason che danno note molto basse, e quando si adoprano diapason caricati di masse addizionali, si è però osservato che i risultati sperimentali, rap-

1) H. J. L. Struycken, Ann. der Phys. (4), 23, p. 643, 1907.

2) Ecco ciò che abbiamo trovato misurando col microscopio le ampiezze iniziali di oscillazione determinate dal peso di 500 g. (eccitazione semplice).

Diapason	ampiezza iniziale	lunghezza delle branche in millimetri	larghezza	spessore
64 v. d.	mm. 0,375	255	15	6
128 "	" 0,140	173	14	6
384 "	" 0,038	115	15	7

3) R. Hartmann-Kempf, Inaugural Dissertation, Frankfurt A. M. Gebrüder Knauer, 1903; Ann. der Phys. 13. p. 124, 1904.

presentati col metodo logaritmico (§ 12), non sono per tutti i diapason compresi su una medesima retta; ma si hanno invece talvolta due o tre distinte rette logaritmiche.

Ciò è mostrato, ad es., dalla fig. 13, che riproduce il campionamento del diapason do 128 v. d. di Windler, con masse addizionali, eseguito dal dott. Tommasi. Per pesi superiori a

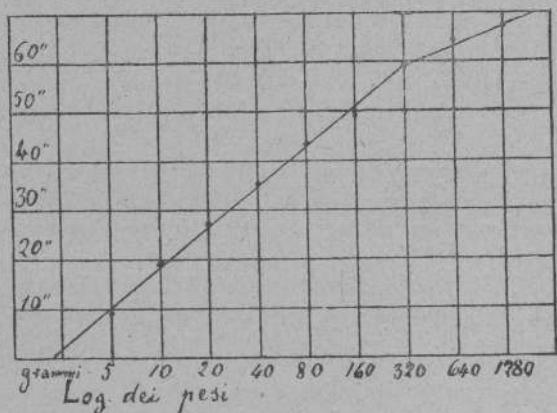


Fig. 13.

320 g. la retta logaritmica cambia direzione, e diviene più inclinata sull'asse dei pesi; e ciò d'accordo con la teoria, secondo la quale quanto più è ampia l'oscillazione, e tanto più rapido deve essere lo smorzamento.

Anche nella fig. 12 si vede che per pesi superiori a 1000 g. il campionamento eseguito dal Capitano Toniatti fornirebbe una spezzata; ma ciò è forse da attribuirsi a perturbazioni accidentali.

Per riconoscere se tutti i diapason, di qualunque tonalità e di qualunque fabbrica, si comportano o no allo stesso modo, occorre uno studio speciale, che ha già incominciato il dottor Tommasi. Ma qualunque sia la legge che seguono, il nostro metodo, specialmente se si segue il procedimento indicato nel § 4, serve a determinarla *per tutti quanti i diapason*; e ciò è quanto importava ora a noi di stabilire.

15. Per poter conoscere quale durata del suono corrisponda ad un peso qualunque, che non sia uno di quelli ado-

SOL² WEISBACH (Verticale)
 — ECCITAZIONE DOPPIA ANSA
 - - - - - ECCITAZIONE UNICA ANSA

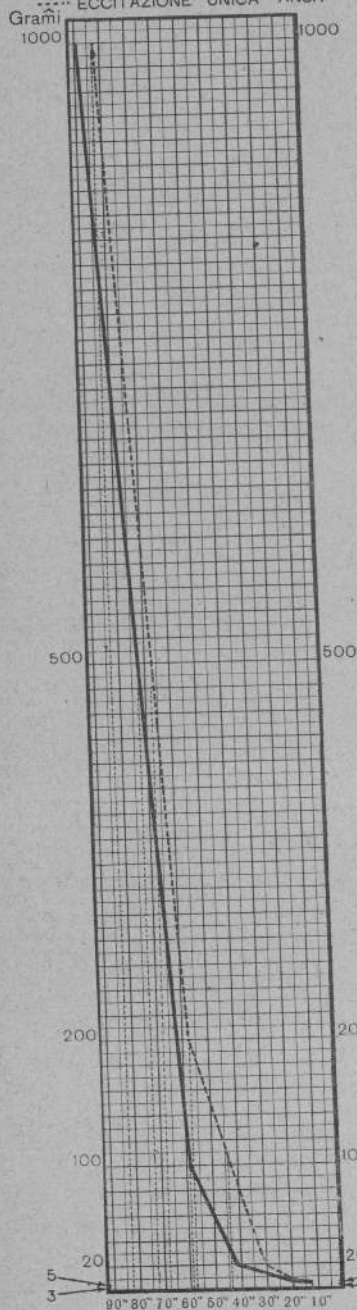


Fig. 14.

prati nel campionamento, è sufficiente anche la rappresentazione logaritmica indicata nel § 12; ma per render più agevole tale determinazione per chi non conosce l'uso dei logaritmi, si può costruire, mediante i dati sperimentali, la curva che rappresenta le durate del suono in funzione dei pesi.

La fig. 14 costruita nel modo indicato si riferisce al diapason sol² Weisbach, e mostra la differenza che si ha fra i due modi di eccitazione, già accennata al § 5.

Volendo peraltro adottare pei pesi una scala tale, che i punti corrispondenti ai piccoli pesi sieno ben distinti fra loro, si ha l'inconveniente che i pesi di 3 o 4 chilog. richiederebbero segmenti così lunghi da rendere impossibile un disegno di dimensioni normali. Se ad es. si rappresentasse 1 g. col segmento di 1 mm., per 3 Cg. occorrerebbe un segmento di 3 metri. Ora è utile che nella prima porzione della curva la scala sia un po' grande, e riteniamo che pei piccoli pesi la più opportuna sia quella, di rappresentare 1 g. con un segmento di 5 mm. Per risparmio di spazio conviene quindi che a partire da un certo peso, per es. da 100 g., sia scelta una scala minore. Noi consigliamo perciò di adottare le proporzioni seguenti:

fino a 100 g.: 1 mm. per rappr. 0,20 grammi
 oltre i 100 »: 1 » » » 10 »

Con queste due scale, la lunghezza di 1 metro sull'asse dei pesi, basta per rappresentare un peso di 4 chilogr.

Ma osservando che piccole porzioni della curva, che si riferiscono a pesi al di sopra di 40 g. si discostano assai poco dalla linea retta, si può ridurre a soli 40 cm. la lunghezza dell'asse dei pesi, ricorrendo al seguente artificio.

Tracciata la curva (fig. 15) relativa ai primi 20 g., si troverà che al peso di 20 g. corrisponde la durata di T_1 sec. Per

DO⁶⁴ ECCITAZIONE DOPPIA

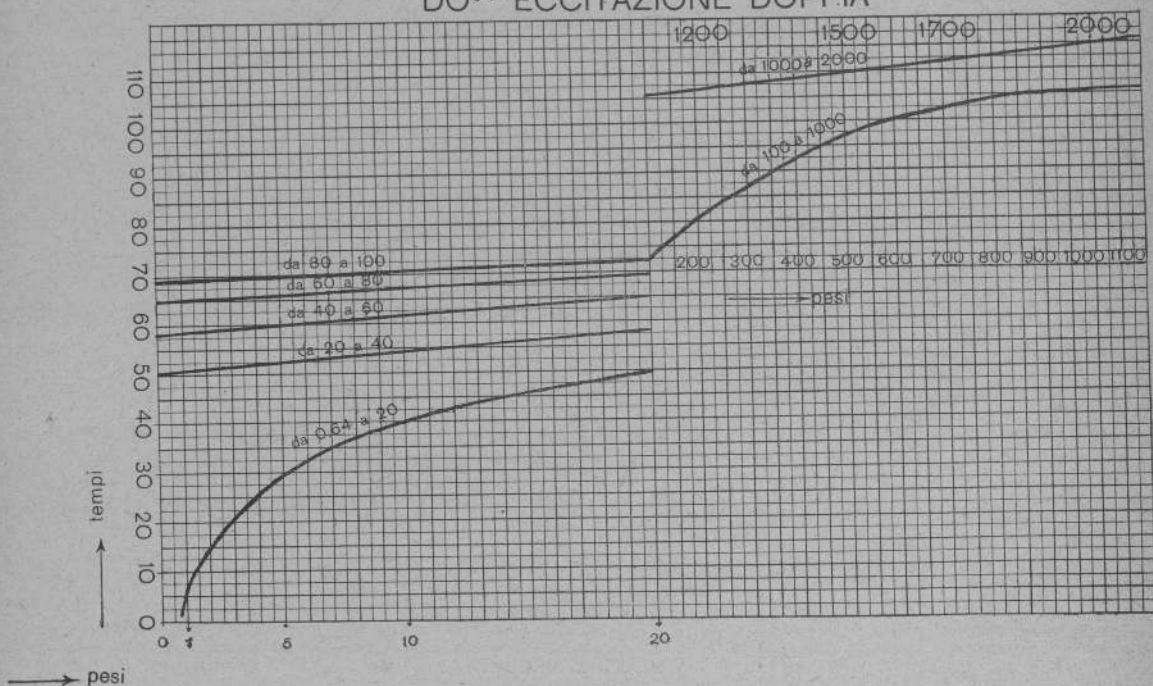


Fig. 15.

mezzo della relazione (6) è facile calcolare (se non si hanno i dati direttamente dall'esperienza), quali durate corrispondono ai pesi di 40, 60, 80 e 100 g. Ebbene; o dal calcolo, o dai dati sperimentali, si sappia che le durate del suono sono:

per g.	40,	60,	80,	100
di sec.	T_2 ,	T_3 ,	T_4 ,	T_5 .

Sull'ordinata Oy relativa al peso *zero* riportiamo in T_1 il tempo relativo al peso di 20 g. e su quella di 20 g. in T_2 il tempo relativo a 40 g.; è chiaro che la retta T_1T_2 rappresenta molto approssimativamente la variazione della durata relativa ai pesi da 20 a 40 g. Analogamente, riportando sulla Oy il tempo T_3 e sulla ordinata di 20 gr. il tempo T_4 , la retta T_2T_3 si riferirà ai pesi da 40 a 60 g.; e allo stesso modo le rette T_3T_4 e T_4T_5 saranno relative ai rimanenti pesi da 60 a 80 e da 80 a 100 g.

Per tutti questi tratti, la scala dei pesi è la stessa (cioè nel nostro caso di 1 mm. per g. 0,20), com'è la stessa la scala dei tempi, che si contano tutti a partire dall'asse Ox , e poi quali 1 mm. rappresenta 1 sec.

Per i pesi superiori a 100 g. dobbiamo, come si è detto, cambiare scala; e perciò, a partire dal punto T_5 cui siamo giunti, condurremo una parallela T_5x' all'asse Ox , e su questa riporteremo i pesi successivi, osservando che il punto T_5 rappresenta 100 g., e che ogni centimetro lungo la T_5x' rappresenta ora, secondo la nostra convenzione, 100 g. Per non prolungare di troppo la curva, ci arresteremo al peso di 1100 g. pel quale, o col calcolo o coll'esperienza avremo la durata del suono. Questa durata, contata sempre a partire dall'asse Ox , sarà rappresentata in T_6 . Poichè ora la scala dei pesi è molto raccorciata, mentre è rimasta inalterata quella dei tempi, non potremo più ritenere che le durate relative ai pesi da 100 a 1100 g. sieno rappresentate su una retta, che unisca i punti T_5 e T_6 ; ma si dovrà tracciare la curva servendoci di almeno due punti intermedi, per es. di quelli relativi a 320 e 640 g., o a 500 e 800 g., che si avranno o dai dati sperimentali o dal calcolo.

Per pesi da 1100 a 2100 g. procederemo come si è fatto per quelli fra 20 e 40 g., cioè riporteremo sull'ordinata del peso di 100 g. la durata T_6 relativa a 1100 g. e sull'ordinata di 1100 g. la durata T_7 relativa a 2100 g. Se, come di ordinario avviene, T_7 differisce di pochi secondi da T_6 , potremo

ritenere che le durate intermedie sieno rappresentate sulla retta T_6T_7 .

La curva della fig. 15, che si riferisce alla doppia eccitazione del diapason do 64 v. d., è stata appunto tracciata nel modo ora descritto.

Tracciata, per ogni diapason, o la curva anzi detta, o la retta logaritmica secondo le indicazioni del § 12, è facile trovare il peso che corrisponde a una durata qualunque del suono; e si potrà così costruire per ciascun diapason una tabella, che dia i pesi relativi ai tempi crescenti di secondo in secondo.

16. Il nostro metodo permette anche di determinare il peso che occorre per eccitare il diapason in modo, che per un orecchio normale il suono ad esso corrispondente duri al più 1 sec., sia cioè il *minimo suono percettibile*, che corrisponda alla *soglia fisiologica dell'eccitazione*.

La determinazione sperimentale di questo peso corrispondente alla soglia normale sarebbe relativamente facile per diapason di bassa tonalità, per quali è di qualche grammo; ma sarebbe malagevole o affatto impossibile per alcuni diapason, per quali è di qualche centigrammo.

Ma, tracciata la retta che, nella rappresentazione logaritmica sopra accennata, contiene i punti corrispondenti alle varie durate del suono, basta prolungarla fino ad incontrare l'asse 0x dei pesi, e determinare l'ascissa di tal retta, che corrisponde all'ordinata di 1 sec. Il peso relativo a tale ascissa si potrà prendere come quello, che darebbe la soglia dell'eccitazione; perchè il suono che esso determinerebbe, essendo della durata di 1 sec., si può ritenere che corrisponda appunto alla soglia normale.

Se la scala della rappresentazione logaritmica non è grande abbastanza, questo metodo grafico per determinare la soglia può presentare qualche incertezza. Ma è facile ottenerne il valore esatto mediante la (5). Infatti, se π rappresenta il peso corrispondente alla soglia, e t è la durata del suono che corrisponde all'eccitazione prodotta da un peso qualunque P (durata che deve dedursi dalla rappresentazione logaritmica), è facile vedere che si ha

$$\pi = P e^{-\alpha(t-1)};$$

da cui si ha senza difficoltà il valore di π , dato dalla relazione:

$$(9) \quad \log_{10} \pi = \log_{10} P - (t-1) \alpha \log_{10} e.$$

In questo modo sono stati determinati i valori di π che valgono pei diapason di cui abbiamo nei §§ 11 e 13 riferito il campionamento, e che abbiamo riportato in calce alle tabelle corrispondenti.

Questo metodo di trovare il peso corrispondente alla soglia normale, è evidentemente basato sull'ipotesi che il valore medio di α , determinato dalla retta logaritmica, si possa ritenere valevole per tutta l'estensione della curva di oscillazione; e ciò, per tutti quanti i diapason, non si può ritenere dimostrato; anzi, per alcuni di essi risulta anche dal campionamento eseguito con questo nostro metodo, che α assume valori diversi (cfr. § 14 in fine).

Ma è facile ovviare a questa difficoltà; perchè si può — su una scala assai grande per raggiungere la maggior possibile esattezza — riportare come ascisse i logaritmi dei pesi, e come ordinate i tempi che vanno da 5 a 15 o 20 secondi al più, e che corrispondono perciò ad ampiezze di oscillazione che sono vicinissime alla soglia dell'eccitazione, e che quindi pei risultati già indicati dello Struycken, seguono certamente la (3) con α costante. Servendoci della retta che meglio rappresenta i dati sperimentali per tale piccola porzione della curva di oscillazione, potremo ritenere con sufficiente esattezza, che il peso determinato nel modo sopra detto col prolungamento di questa retta, o mediante la (9) col valore di α così ottenuto, sia effettivamente quello, che corrisponde alla soglia normale.

II.

17. Terminata la prima parte del nostro lavoro, vediamo come i risultati ottenuti possano applicarsi all'acumetria.

La misura del potere uditivo può farsi in uno dei modi seguenti:

1). Si ecciti il diapason con un peso P , e si determini, come di consueto, il tempo t_p durante il quale il suono così prodotto è udito dall'orecchio esaminato, e di seguito si determini il tempo t_n durante il quale il suono è percepito dall'esaminatore, che si suppone possieda udito normale.

Per la (4) avremo, per le ampiezze di oscillazione che compie il diapason alla fine dei tempi così trovati:

$$a_p = k P e^{-\alpha t_p}$$

$$a_n = k P e^{-\alpha t_n};$$

e poichè si deve ritenere ¹⁾ che il potere uditivo sia in ragione inversa delle ampiezze di oscillazione che corrispondono alle soglie dell'eccitazione, pel potere uditivo A dell'orecchio esaminato, per quel dato suono, avremo:

$$(10) \quad A = \frac{a_n}{a_p} = \frac{k P e^{-\alpha t_n}}{k P e^{-\alpha t_p}} = \frac{1}{e^{\alpha(t_n - t_p)}}$$

Questa equazione è analoga a quella proposta da Quix ²⁾; e poichè, una volta campionato il diapason, si può ritenere come noto il tempo t_n relativo all'orecchio normale, colla sola determinazione del tempo t_p si può, mediante la (10) o mediante tabelle opportune, calcolare il potere uditivo A .

Su quello del Quix e sugli altri di Bezold-Edelmann o di Ostmann il nostro metodo presenta peraltro i seguenti vantaggi:

a) che col nostro metodo di eccitazione con un peso, si è sicuri, più che in qualunque altra maniera di eccitazione, di partire sempre da una medesima ampiezza iniziale, come richiede il metodo del Quix;

b) che la determinazione di α si può eseguire con mezzi semplicissimi, e per i diapason di qualunque tonalità; talchè il nostro metodo non è soggetto a quelle limitazioni, cui va

1) A. Stefanini, Atti R. Acc. Lucchese, vol. 25, p. 307, 1889; Arch. Ital. di Otol. 16, 1905; Fr. Bezold e Th. Edelmann, Zeitschf. f. Ohrenh. 33, p. 182, 1898.

2) Quix, Zeitsch. f. Ohrenh. vol. 47, p. 323, 1904.

soggetto quello del Quix, che si applica solamente a quei diapason, pei quali col metodo ottico sia possibile determinare il decremento logaritmico delle oscillazioni;

c) che se le oscillazioni del diapason non hanno un decremento logaritmico costante, il nostro metodo di eccitazione permette di riconoscere con ogni facilità i diversi valori, che esso assume nelle varie porzioni della curva di oscillazione;

d) e finalmente, che mediante la rappresentazione logaritmica da noi proposta, non è necessario calcolare una tabella speciale per ciascun diapason; ma, come vedremo (§ 22), una sola tabella può servire per tutti quanti i diapason, di cui siasi eseguito il campionamento.

II). Si ecciti al solito il diapason con un peso P ; ma si determini solamente il tempo t_p durante il quale il suono è udito dall'orecchio in esame. Ciò eseguito, sulla carta millimetrata su cui è tracciata la retta logaritmica AB del diapason adoprato, si riporti tale tempo t_p sull'ordinata che passa

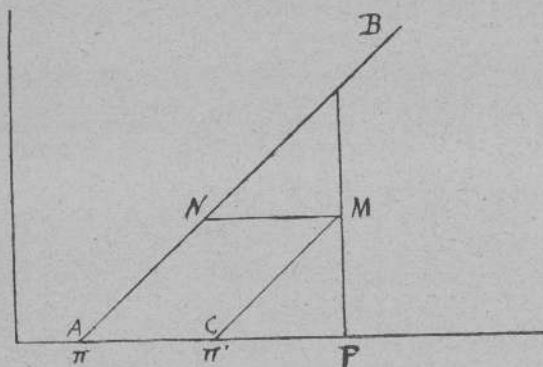


Fig. 16.

pel punto corrispondente al logaritmo del peso P , e dal punto M così ottenuto si conduca la MC parallela ad AB . Il punto C in cui tale parallela taglia l'asse Ox , determina (§ 16) il peso π' corrispondente alla soglia dell'orecchio esaminato, mentre il punto A determina il peso π relativo alla soglia normale. E poichè, nel nostro metodo, le ampiezze di oscillazione sono

proporzionali ai pesi eccitatori, si avrà, pel potere uditivo cercato :

$$A = \frac{\pi}{\pi'}.$$

Da questa, prendendo i logaritmi dei due membri, si ha :

$$(11) \quad \log A = \log \pi - \log \pi';$$

e poichè colla rappresentazione logaritmica adottata si ha :

$$\text{lunghezza del segmento } AC = \log \pi' - \log \pi,$$

si ottiene

$$AC = -\log A = \log \frac{1}{A},$$

da cui si può facilmente ottenere, mediante le tavole logaritmiche, il valore di A.

Vedremo poi (§ 22) come servendoci della tabella dianzi accennata, si possa fare a meno di ogni calcolo logaritmico.

III). Anzichè eccitarlo con un peso, si ecciti il diapason battendolo al modo consueto, avendo cura di evitare i suoni armonici, e si misuri il tempo t_r durante il quale l'esaminatore continua a udire il suono, a partire dall'istante in cui il suono è cessato per l'esaminato. Dalla rappresentazione logaritmica relativa al diapason adoprato, si vedrà a qual peso π'

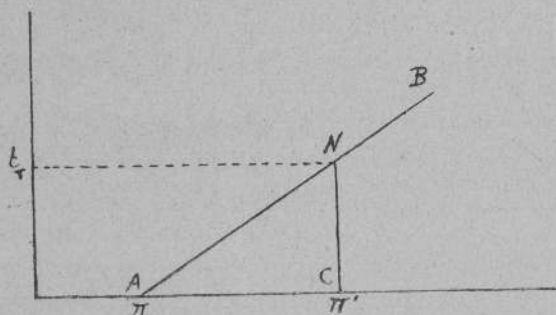


Fig. 17.

corrisponde il punto N della AB, relativo al tempo t_r . È chiaro che nell'istante in cui l'orecchio esaminato cessò di udire il

suono, il diapason aveva un'ampiezza di oscillazione uguale a quella, con la quale esso comincierebbe a oscillare se fosse eccitato col peso π' ; ossia questo peso π' è quello, che corrisponde alla soglia dell'orecchio esaminato. Il potere uditivo di tale orecchio sarà quindi dato anche adesso da

$$(12) \quad A = \frac{\pi}{\pi'}$$

da cui

$$\log A = \log \pi - \log \pi',$$

e per trovarne il valore, basterà anche con questo metodo, misurare il segmento AC della fig. 17 e servirsi della tabella del § 22.

18. Questo III metodo si presenta come il più semplice di tutti; ma ha l'inconveniente di richiedere nell'esaminatore lo stesso potere uditivo normale, che aveva la persona, che eseguì il campionamento del diapason adoprato.

Anche se tal campionamento fu eseguito dall'esaminatore, non è ammissibile che esso possieda sempre lo stesso potere uditivo, di quando eseguì il campionamento; e quindi il metodo ora accennato si presta meno degli altri a fornire risultati del tutto confrontabili in successive determinazioni.

Per la sua maggiore speditezza, questo è peraltro il metodo che noi consigliamo nella pratica clinica ordinaria; salvo a ricorrere a uno degli altri due, che riferiscono il potere uditivo dell'orecchio in esame sempre ad un medesimo potere uditivo normale, per le ricerche di precisione.

Il metodo di eccitazione coi pesi non è del resto eccessivamente laborioso; e specialmente quello ad *eccitazione semplice* riesce di sufficiente speditezza, se si ha cura di preparare in precedenza coi lacci già formati i fili, che debbono sostenere i pesi eccitatori.

19. La rappresentazione logaritmica del campionamento dei diapason, oltre a compendiare in poco spazio i diagrammi e a far riconoscere a colpo d'occhio se il valore di α si mantiene o no costante per tutti i pesi adoprati, si presta ancora

a dare il potere uditivo per tutti i diapason, senza bisogno di eseguire il calcolo della formola (10).

Infatti, sia P (fig. 18) il punto dell'asse dei pesi, che corrisponde al logaritmo del peso P che si è adoperato nella ri-

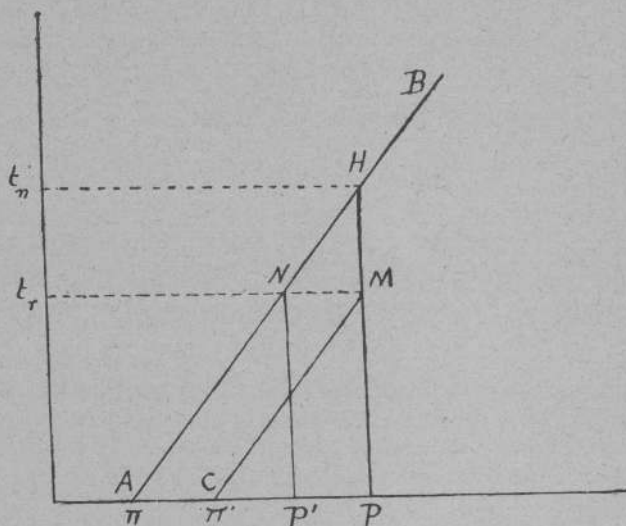


Fig. 18.

cerca del potere uditivo. L'ordinata che passa per P , taglia in H la retta logaritmica AB , e a questo punto H corrisponde il tempo t_n , che dà la durata del suono che tal peso determina per l'udito normale. Sulla medesima ordinata PH si segna il punto M , che corrisponde alla durata t_p per l'orecchio esaminato, e dal punto N in cui la parallela condotta da M ad Ox taglia la AB , si abbassi la normale NP' , la quale passerà pel punto corrispondente ad un peso, che indicheremo con P' , e relativo alla durata t_p .

Dalla formola (10) si ha

$$(13) \quad \log A = \log 1 - \alpha (t_n - t_p) \log e.$$

La (6), se per determinare α si prendono i pesi P e P' relativi alle durate t_n e t_p , ci dà:

$$\alpha \log e = \frac{\log P - \log P'}{t_n - t_p},$$

ossia

$$\alpha (t_n - t_p) \log e = \log P - \log P' ;$$

quindi sostituendo nella (13) avremo:

$$\log A = \log l - (\log P - \log P') .$$

Ma se dal punto M si conduce la MC parallela ad AB, si vede dalla fig. 18 che il segmento AC, essendo uguale ad NM è anche uguale a P'P, onde la (13) si potrà scrivere:

$$\log A = \log l - (\log \pi' - \log \pi)$$

essia, poichè $\log_{10} 1 = 0$:

$$(14) \quad \log A = \log \pi - \log \pi'$$

ove π e π' sono i pesi corrispondenti alla soglia dell'orecchio normale e dell'orecchio esaminato.

La medesima formola (14) serve adunque per tutti e tre i casi alla determinazione del potere uditivo. E per calcolare il potere uditivo basta in ogni caso misurare il segmento AC o quello MN che gli è uguale, e che nella rappresentazione adottata esprime appunto la differenza fra i logaritmi dei pesi π' e π , relativi alla soglia dell'orecchio esaminato e di quello normale.

20. Per trovare sulla carta millimetrata la lunghezza del segmento uguale a $\log \pi' - \log \pi$, non è peraltro nemmeno necessario condurre le parallele alla retta logaritmica delle fig. 16 e 18. Infatti da quelle figure si vede che tal segmento è uguale al segmento MN, che si può misurare direttamente sulla carta millimetrata, appena eseguita la determinazione sperimentale del tempo t_p richiesta dai metodi I e II. Nel metodo III il valore di $\log \pi' - \log \pi$ è subito dato dal segmento AC della fig. 17, senza nessuna costruzione geometrica.

21. Quanto finora si è detto vale allorchè il diapason adottato abbia un decremento logaritmico costante, per tutta la serie dei pesi adoprati nel campionamento. Bisogna peraltro considerare anche il caso, che il campionamento fornisca in-

vece una spezzata di due o più segmenti, anzichè una sola retta logaritmica.

Sia, ad es., il caso della fig. 19 e col metodo I siasi trovato che col peso P adoprato nell'eccitazione, che corrisponde al secondo tratto della spezzata logaritmica, la durata t_p per l'orecchio esaminato è rappresentata dal punto M . Allora,

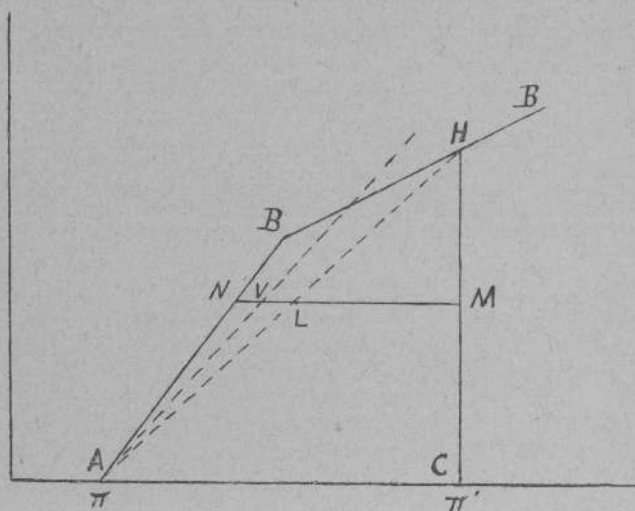


Fig. 19.

nella formola (10) nel § 17 bisognerebbe usare per numeratore il valore α dedotto dal tratto AB , e per denominatore il valore α_1 relativo alla retta AH . Sia L il punto dove la MN taglia la AH , e sia V il punto di mezzo fra N ed L . Invece dei due valori α e α_1 sopra detti, si potrebbe con buona approssimazione introdurre nella (10) il valore corrispondente alla retta logaritmica AV intermedia; onde il potere uditivo sarà in tal caso misurato dal valore corrispondente al segmento MV .

La stessa regola vale pel metodo II. Nel metodo III, tanto che pel diapason α adoperato si abbia una retta logaritmica unica; o una spezzata, il procedimento è sempre quello indicato al § 17.

Il procedimento sopra esposto si dovrebbe tenere anche nel caso che la rappresentazione logaritmica consistesse in una curva, cioè quando il decremento logaritmico variasse continuamente da un peso al successivo.

22. Stabilito tutto ciò, ecco ora la tabella, che serve per tutti i diapason, dei quali siasi tracciata la retta o la spezzata logaritmica, nel modo indicato nel § 12. Per conseguire una precisione maggiore, abbiamo calcolato la tabella per una rappresentazione logaritmica fatta con una scala assai grande. Cioè, per servirsi della tabella, bisogna, nel riportare sulla carta millimetrata il campionamento eseguito, prendere 30 millimetri per rappresentare il logaritmo volgare di 2; la lunghezza di 45 cm. basta allora per rappresentare pesi da g. 0,312 a 5120, che sono più che sufficienti per qualunque diapason.

La colonna *a* della tabella 12_a contiene le lunghezze, espresse in millimetri, del segmento MN delle fig. 16 o 18, o del segmento AC della fig. 17; e la colonna A il potere uditivo corrispondente, in millesimi del potere uditivo normale.

La tabella 12_a si riferisce invece al caso, che la retta logaritmica sia stata ottenuta rappresentando il logaritmo di 2 con 10 mm.; che è una scala assai comoda, quando non si esiga una precisione molto grande.

(Per $\log_{10} 2$ rappresentato da $30^{(m/m)}$)

α Lunghezza del segm. MN o AC	A Potere nititivo	α Lunghezza del segm. MN o AC	A Potere nititivo	α Lunghezza del segm. MN o AC	A Potere nititivo	α Lunghezza del segm. MN o AC	A Potere nititivo	α Lunghezza del segm. MN o AC	A Potere nititivo	α Lunghezza del segm. MN o AC	A Potere nititivo	α Lunghezza del segm. MN o AC	A Potere nititivo	α Lunghezza del segm. MN o AC	A Potere nititivo
0,5	0,988	13,5	0,732	33	0,467	59	0,256	85	0,140	155	0,0279	155	0,0279	155	0,0279
1,—	0,977	14,—	0,724	34	0,456	60	0,250	86	0,137	160	0,0248	160	0,0248	160	0,0248
1,5	0,966	14,5	0,716	35	0,446	61	0,244	87	0,134	165	0,0221	165	0,0221	165	0,0221
2,—	0,955	15,—	0,707	36	0,436	62	0,239	88	0,131	170	0,0197	170	0,0197	170	0,0197
2,5	0,944	15,5	0,699	37	0,426	63	0,233	89	0,128	175	0,0175	175	0,0175	175	0,0175
3,—	0,933	16,—	0,691	38	0,416	64	0,228	90	0,125	180	0,0156	180	0,0156	180	0,0156
3,5	0,923	16,5	0,683	39	0,406	65	0,223	91	0,122	185	0,0136	185	0,0136	185	0,0136
4,—	0,912	17,—	0,675	40	0,397	66	0,218	92	0,119	190	0,0122	190	0,0122	190	0,0122
4,5	0,901	17,5	0,668	41	0,388	67	0,213	93	0,117	195	0,0110	195	0,0110	195	0,0110
5,—	0,891	18,—	0,660	42	0,379	68	0,208	94	0,114	200	0,0098	200	0,0098	200	0,0098
5,5	0,881	18,5	0,652	43	0,370	69	0,203	95	0,111	205	0,0088	205	0,0088	205	0,0088
6,—	0,870	19,—	0,645	44	0,362	70	0,194	96	0,109	210	0,0077	210	0,0077	210	0,0077
6,5	0,861	19,5	0,638	45	0,354	71	0,189	97	0,106	215	0,0068	215	0,0068	215	0,0068
7,—	0,851	20	0,630	46	0,345	72	0,181	98	0,104	220	0,0063	220	0,0063	220	0,0063
7,5	0,841	21	0,616	47	0,338	73	0,185	99	0,102	225	0,0055	225	0,0055	225	0,0055
8,—	0,831	22	0,602	48	0,330	74	0,181	100	0,100	230	0,0048	230	0,0048	230	0,0048
8,5	0,822	23	0,588	49	0,322	75	0,177	105	0,088	240	0,0037	240	0,0037	240	0,0037
9,—	0,812	24	0,575	50	0,315	76	0,173	110	0,078	250	0,0031	250	0,0031	250	0,0031
9,5	0,803	25	0,562	51	0,308	77	0,169	115	0,070	260	0,0025	260	0,0025	260	0,0025
10,—	0,794	26	0,549	52	0,301	78	0,165	120	0,0625	270	0,0019	270	0,0019	270	0,0019
10,5	0,784	27	0,536	53	0,294	79	0,161	125	0,0557	280	0,0014	280	0,0014	280	0,0014
11,—	0,775	28	0,524	54	0,287	80	0,158	130	0,0497	290	0,0011	290	0,0011	290	0,0011
11,5	0,767	29	0,512	55	0,281	81	0,154	135	0,0443	300	0,0008	300	0,0008	300	0,0008
12,—	0,758	30	0,500	56	0,274	82	0,151	140	0,0395	310	0,0006	310	0,0006	310	0,0006
12,5	0,749	31	0,489	57	0,268	83	0,147	145	0,0352	320	0,0004	320	0,0004	320	0,0004
13,—	0,740	32	0,478	58	0,262	84	0,144	150	0,0312	330	0,0003	330	0,0003	330	0,0003

TABELLA 12_B.

Valori del potere uditivo corrispondenti alle diverse lunghezze del segmento MN (fig. 15 e 17) o del segmento AC (fig. 16).

(Per $\log_{10} 2$ rappresentato da $10^{m/m}$).

α Valore di MN o AC	A Potere uditivo	α Valore di MN o AC	A Potere uditivo	α Valore di MN o AC	A Potere uditivo
m/m 1,—	0,93	m/m 16	0,33	m/m 42	0,054
1,5	0,90	17	0,31	43	0,051
2,—	0,87	18	0,29	44	0,047
2,5	0,84	19	0,27	45	0,044
3,—	0,81	20	0,25	46	0,041
3,5	0,78	21	0,23	47	0,038
4,—	0,76	22	0,22	48	0,036
4,5	0,73	23	0,20	49	0,033
5,—	0,71	24	0,19	50	0,031
5,5	0,68	25	0,18	55	0,020
6,—	0,66	26	0,16	60	0,015
6,5	0,64	27	0,15	65	0,011
7,—	0,62	28	0,14	70	0,008
7,5	0,59	29	0,13	75	0,005
8,—	0,57	30	0,12	80	0,004
8,5	0,56	32	0,11	85	0,003
9,—	0,54	33	0,10	90	0,002
9,5	0,52	35	0,09	100	0,001
10	0,50	36	0,08	105	0,0007
11	0,47	37	0,077	110	0,0005
12	0,44	38	0,072		
13	0,41	39	0,067		
14	0,38	40	0,062		
15	0,35	41	0,058		

23. Da questa tabella si vede che difficilmente il potere uditivo potrà discendere al di sotto di $\frac{1}{1000}$ del normale; e ciò concorda con quanto si otterrebbe applicando il metodo Bezold-Edelmann. Ma fra questo metodo e quello da noi proposto vi è differenza notevole, com'è mostrato dal seguente esempio.

Siasi adoprato il diapason do_4 di 2048 v. d. il cui campionamento è rappresentato dalla tab. 5. Esso, eccitato col martello Lucae, dà una durata massima di percezione, che per

l'orecchio normale è di 70 sec. Per un orecchio anormale che senta il suono del diapason così eccitato per 35 sec., cioè per la metà del tempo corrispondente all'orecchio normale, dalla tabella di Bezold-Edelmann si avrebbe il potere uditivo $A = 0,049$.

Ecco invece quanto si trova col nostro metodo III.

Poichè il suono, dopo che è cessato per l'orecchio in esame, dura ancora 35 sec. per l'orecchio normale, la retta logaritmica che si deduce dalla tab. 5 relativa al π , ci dice che alla durata di 35 sec. corrisponde il peso $\pi' = 280$ g.

Ed essendo, per quel diapason, la soglia normale raggiunta col peso $\pi = 4,39$, ne risulta

$$A = \frac{4,39}{280} = 0,015,$$

valore che è circa $\frac{1}{3}$ di quello che dà il metodo Bezold.

Vediamo anche quello che si avrebbe col diapason di 192 v. d. (tab. 1). L'eccitazione col peso di 2 Cg. che si può prendere uguale alla massima eccitazione richiesta dal metodo Bezold, produce un suono che per l'orecchio normale dura 148 sec. Per un orecchio che percepisce quel suono soltanto per la metà del tempo anzidetto, si avrebbe come dianzi, dalle tavole di Bezold, il potere uditivo $A = 0,049$.

Dalla retta logaritmica corrispondente a tal diapason invece si vede che alla durata di 74 sec. (che sono la metà dei 148 sec. sopra detti) corrisponde un segmento MN lungo 168 mm., cui, nella nostra tabella II_B corrisponde il potere uditivo $A = 0,020$.

Analoga divergenza fra i due metodi si trova anche per tutti gli altri diapason che noi abbiamo campionato.

Bisogna dunque concludere, come del resto aveva già trovato per altra via uno di noi ¹⁾ che la tabella di Bezold-Edelmann è applicabile solamente ai diapason, pei quali sia stato verificato sperimentalmente che la curva di oscillazione si allontana poco da quella, che servi di base al calcolo della tabella stessa.

1) G. Gradenigo, *Giornale della R. Acc. di Medicina di Torino*, 1908.

Le nostre tabelle 12_a e 12_b sono invece applicabili a tutti quanti i diapason, perchè le diversità che posson presentare gli uni dagli altri nello smorzamento delle loro oscillazioni, è messa in conto con la diversa inclinazione della retta logaritmica, che si ottiene dal loro campionamento col metodo da noi proposto.

24. Un'ultima avvertenza che occorre fare, si riferisce all'influenza dell'ambiente sulla determinazione del potere uditivo.

Campionando uno stesso diapason in locali diversamente difesi da rumori esterni o accidentali, si trovano per una medesima persona diverse rette logaritmiche, tutte fra loro parallele, ma tali che a ciascuna corrisponde un diverso valore della soglia normale di eccitazione. Sorge quindi spontanea la domanda: quale fra di esse dovrà adoperarsi nella misura del potere uditivo?

Per risolvere la questione si deve considerare che il normale-udente è disturbato, nello stabilire la sua soglia, da rumori estranei anche minimi, mentre il paziente con diminuzione uditiva dai due lati, appunto per la sua durezza di udito, non è disturbato da quelli stessi rumori estranei. In questo caso converrà paragonare la soglia del paziente alla soglia del normale in un silenzio relativo del giorno. Se invece si tratta di misurare il potere uditivo in un caso di affezione auricolare unilaterale, se cioè il secondo orecchio del paziente è normale, questo sarà paragonabile perfettamente al normale-udente, perchè i rumori estranei anche leggeri, disturbano in egual modo il normale e il malato, agendo in quest'ultimo sull'orecchio sano. In tal caso si dovrà alla soglia del malato contrapporre quella che ha il normale, nelle condizioni in cui vien fatto il confronto.

Ma non si può tralasciare di osservare che l'esistenza di un rumore subiettivo nel malato, disturba notevolmente l'apprezzamento della sua soglia.

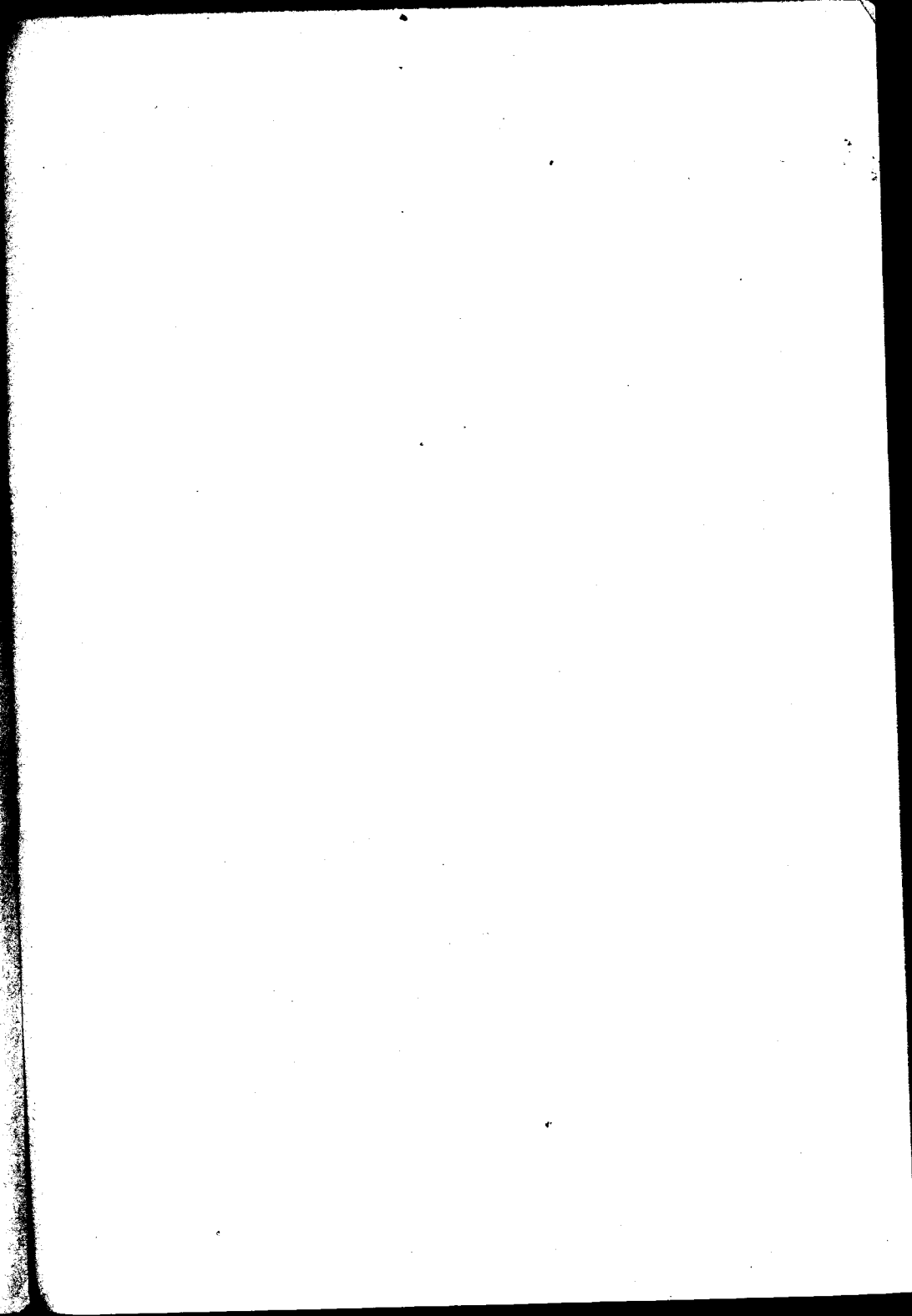
Come regola generale si dovrebbe stabilire un valore medio della soglia normale nel silenzio relativo del giorno, e

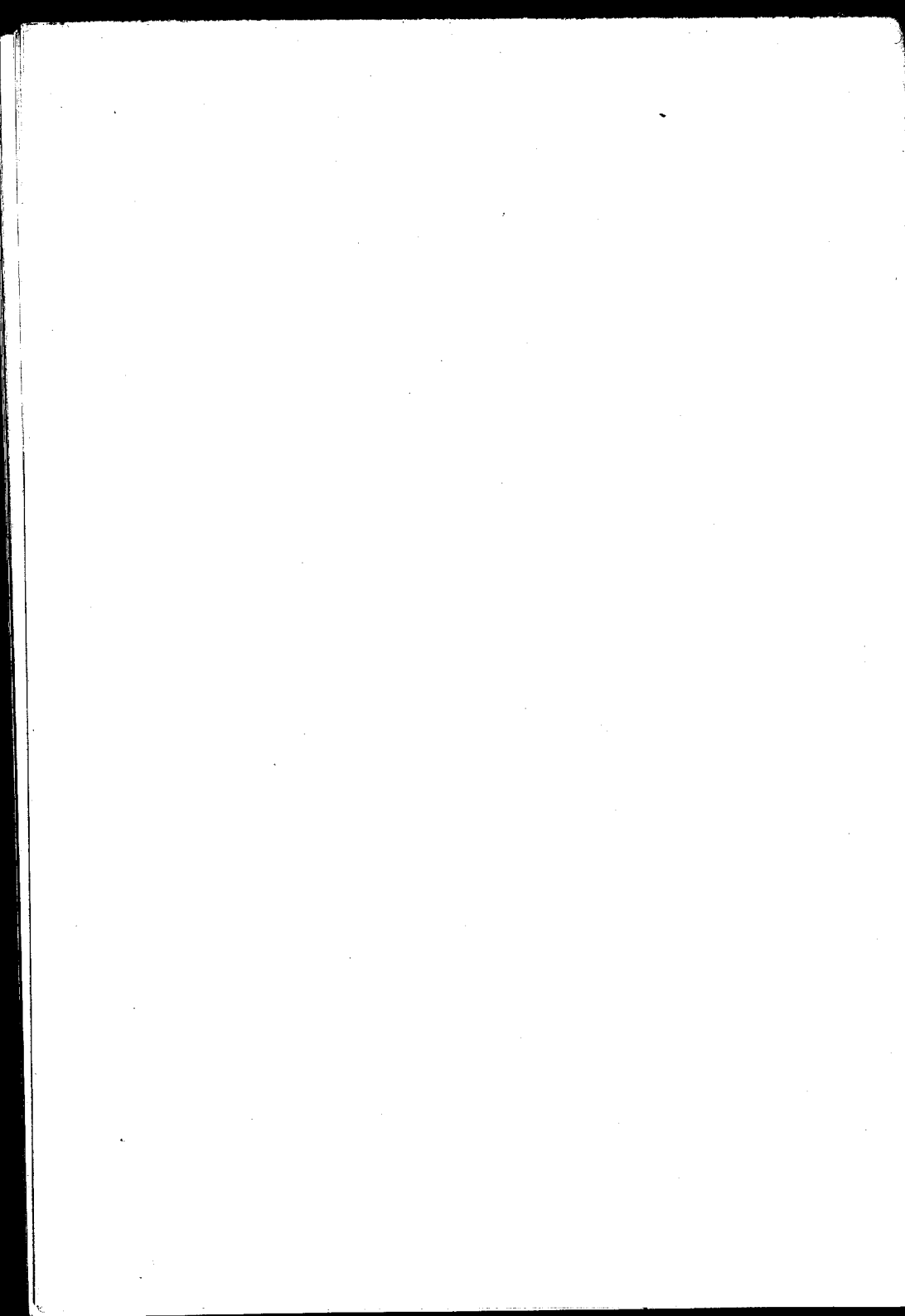
tener questo come unità di misura, così per il malato, come eventualmente per il normale udente disturbato.

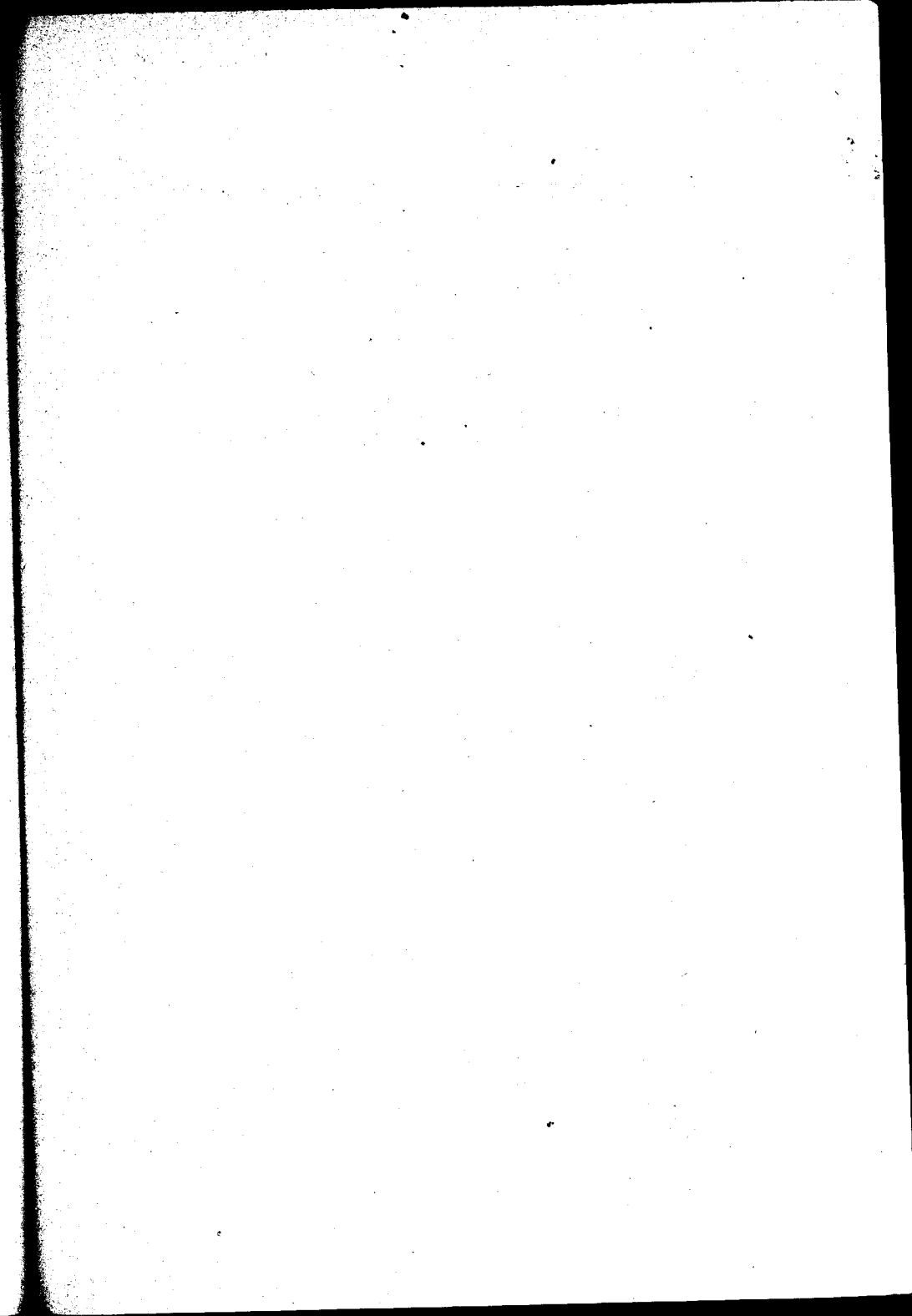
Quando si eseguisca il campionamento in un locale *perfettamente silenzioso*, il nostro metodo permette peraltro di stabilire il valore della *soglia normale fisiologica* per diapason di qualunque tonalità; e a questo valore si potranno riferire le misure eseguite su individui ad udito normale o anormale, per riconoscere e valutare l'influenza che esercita l'ambiente sul potere uditivo.

2193









IL NUOVO CIMENTO

FONDATA DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA
E CONTINUATO DA E. BETTI E R. FELICI

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

PUBBLICATO PER CURA DEI DIRETTORI

A. BATTELLI, A. RÒITI, V. VOLTERRA

E DEL DELEGATO DELLA SOCIETÀ

G. P. GRIMALDI

Del « NUOVO CIMENTO » si pubblica ogni mese un fascicolo di 80 pagine.

L'abbonamento è obbligatorio per un anno, e s'intende rinnovato, quando non sia disdetto entro il dicembre.

Chi vuole pagare l'abbonamento non ha che da versare, al principio di ogni anno, ad un ufficio postale italiano o estero la somma di

Lire 18 per l'Italia

„ 20. per l'Estero

a favore del Sig. ALFREDO LAVACCHINI, Via Gino Capponi 3, FIRENZE.

Coloro che appartengono alla Società Italiana di Fisica sono pregati di spedire la quota di **L. 18** al Cassiere Prof. A. Stefanini, Lucca, il quale a richiesta rilascerà la quietanza di L. 15 per gli abbonamenti a carico dell'Istituto a cui il Socio appartiene.

Chi desidera pubblicare nel « Nuovo Cimento » una memoria originale manderà il relativo manoscritto ad uno dei membri del Comitato di Compilazione Proff.: Battelli, Ròiti, Volterra, Grimaldi. E dei lavori originali pubblicati nel Giornale l'autore riceverà gratis 50 copie.